COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI	A
NOME ______________		
MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋	1 2 3 4 5 6	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI

CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 11 GIUGNO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

---

1) Risolvete in $\mathbb{C}$ l'equazione $z^4 + 4z = 0$.

---

2) Determinate i valori di α e β in $\mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \beta \cos x + (\alpha^2 - 2)x & \text{se } x < 0 \\ \alpha \arctan x + (\alpha - \beta) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile in $x_0 = 0$.

---

3) i) Utilizzando gli sviluppi delle funzioni elementari scrivete lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = (\sin x) \log(1 + 2x)$$

fino all'ordine $n = 5$.

ii) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, 4\}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - 2x^2}{x^k}.$$

---

4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = |x|e^{\frac{1}{4}(4x|x|-x^2)}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'area della regione piana A compresa tra il grafico di f, l'asse delle ascisse e le rette di equazione $x = -1$ e $x = 0$.

iii) Determinate il più grande intervallo E contenente l'unico punto di flesso di f e tale che f ristretta ad E risulti iniettiva.

---

5) i) Usando la definizione, verificate la convergenza del seguente integrale improprio e calcolate il suo valore

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 6}\, dx\,.$$

ii) Discutete la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 6\log(x + e)}\, dx\,.$$

---

6) i) Sia $f : [1, 2] \to \mathbb{R}$ una funzione. Si dice che f è strettamente decrescente in $[1, 2]$ se $\ldots$

ii) Enunciate e provate il criterio della radice n-esima per serie a termini positivi.

COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA	B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI

CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 11 GIUGNO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{C}$ l'equazione $z^4 - 2z = 0$.

2) Determinate i valori di α e β in $\mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{1+x^2} + (\beta^2 - 4)x & \text{se } x < 0 \\ 3\beta \log(1+x) + (\beta - \alpha) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile in $x_0 = 0$.

3) i) Utilizzando gli sviluppi delle funzioni elementari scrivete lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = (1 - e^{3x}) \sin x$$

fino all'ordine $n = 5$.

ii) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, 4\}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) + 3x^2}{x^k}.$$

4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = |x|e^{-\frac{1}{6}x^2+x|x|}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'area della regione piana A compresa tra il grafico di f, l'asse delle ascisse e le rette di equazione $x = -1$ e $x = 0$.

iii) Determinate il più grande intervallo E contenente l'unico punto di flesso di f e tale che f ristretta ad E risulti iniettiva.

---

5) i) Usando la definizione, verificate la convergenza del seguente integrale improprio e calcolate il suo valore

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+5}\, dx\,.$$

ii) Discutete la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+5\log_3(x+3)}\, dx\,.$$

---

6) i) Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ una funzione. Si dice che f è strettamente crescente in $[0,1]$ se ...

ii) Enunciate e provate il criterio del confronto asintotico per serie a termini positivi.
