

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 2 LUGLIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

1) Determinate l'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x + x^2| < x^2\}.$$

Determinate $\sup A$ e $\inf A$, e dite se sono rispettivamente massimo e minimo. L'insieme A è limitato?

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x+1}$.

a) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 1$ della funzione f .

b) Determinate la funzione primitiva F di f su \mathbb{R} tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 2$. Calcolate l'area della regione piana E compresa tra il grafico di f e l'asse x per $x \in [0, 1]$.

3) Considerate la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

i) Determinate il raggio di convergenza della serie.

ii) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} e^n$ (ricordate la scrittura esponenziale nel calcolo di limiti del tipo 1^∞ e lo sviluppo del logaritmo).

iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie.

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(e^{-x} - e^{-2x})$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione $f(x)$.
-

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 7y' + 10y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3. \end{cases}$$

- 6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

- ii) Enunciate e provate il teorema di Rolle.

La funzione $f(x) = |x|$ su $[-1, 1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle?

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____

NON SCRIVERE QUI

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 2 LUGLIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) Determinate l'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| 1 + \frac{1}{x} \right| \leq 1 \right\}.$$

Determinate $\sup A$ e $\inf A$, e dite se sono rispettivamente massimo e minimo. L'insieme A è limitato?

- 2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x+1}$.

a) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 1$ della funzione f .

b) Determinate la funzione primitiva F di f su \mathbb{R} tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = -1$. Calcolate l'area della regione piana E compresa tra il grafico di f e l'asse x per $x \in [2, 3]$.

- 3) Considerate la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

i) Determinate il raggio di convergenza della serie.

ii) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2} e^{2n}$ (ricordate la scrittura esponenziale nel calcolo di limiti del tipo 1^∞ e lo sviluppo del logaritmo).

iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie.

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(e^{-3x} - e^{-x})$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione $f(x)$.
-

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

- 6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete la definizione di $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

- ii) Enunciate e provate il teorema di Rolle.

La funzione $f(x) = -|x| + 1$ su $[-1, 1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle?
