

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>								<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="font-size: 8px;">1</td> <td style="font-size: 8px;">2</td> <td style="font-size: 8px;">3</td> <td style="font-size: 8px;">4</td> <td style="font-size: 8px;">5</td> <td style="font-size: 8px;">6</td> </tr> </table> </td> <td style="width: 50%; border: 1px solid black; padding: 10px; vertical-align: middle; text-align: center;"> <div style="font-size: 2em; margin: 0;">A</div> </td> </tr> </table>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="font-size: 8px;">1</td> <td style="font-size: 8px;">2</td> <td style="font-size: 8px;">3</td> <td style="font-size: 8px;">4</td> <td style="font-size: 8px;">5</td> <td style="font-size: 8px;">6</td> </tr> </table>							1	2	3	4	5	6	<div style="font-size: 2em; margin: 0;">A</div>
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="font-size: 8px;">1</td> <td style="font-size: 8px;">2</td> <td style="font-size: 8px;">3</td> <td style="font-size: 8px;">4</td> <td style="font-size: 8px;">5</td> <td style="font-size: 8px;">6</td> </tr> </table>							1	2	3	4	5	6	<div style="font-size: 2em; margin: 0;">A</div>									
1	2	3	4	5	6																	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
 CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
 CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1
 A.A. 2014-2015 — TRENTO, 2 LUGLIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) Determinate l'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x + x^2| < x^2\}.$$

Determinate $\sup A$ e $\inf A$, e dite se sono rispettivamente massimo e minimo. L'insieme A è limitato?

- 2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x+1}$.

- a) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 1$ della funzione f .
 b) Determinate la funzione primitiva F di f su \mathbb{R} tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 2$. Calcolate l'area della regione piana E compresa tra il grafico di f e l'asse x per $x \in [0, 1]$.

- 3) Considerate la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

- i) Determinate il raggio di convergenza della serie.
 ii) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} e^n$ (ricordate la scrittura esponenziale nel calcolo di limiti del tipo 1^∞ e lo sviluppo del logaritmo).
 iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie.

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(e^{-x} - e^{-2x})$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione $f(x)$.
-

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 7y' + 10y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3. \end{cases}$$

- 6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

- ii) Enunciate e provate il teorema di Rolle.

La funzione $f(x) = |x|$ su $[-1, 1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 2 LUGLIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

1) Determinate l'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |1 + \frac{1}{x}| \leq 1\}.$$

Determinate $\sup A$ e $\inf A$, e dite se sono rispettivamente massimo e minimo. L'insieme A è limitato?

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x+1}$.

a) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 1$ della funzione f .

b) Determinate la funzione primitiva F di f su \mathbb{R} tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = -1$. Calcolate l'area della regione piana E compresa tra il grafico di f e l'asse x per $x \in [2, 3]$.

3) Considerate la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

i) Determinate il raggio di convergenza della serie.

ii) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2} e^{2n}$ (ricordate la scrittura esponenziale nel calcolo di limiti del tipo 1^∞ e lo sviluppo del logaritmo).

iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie.

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(e^{-3x} - e^{-x})$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione $f(x)$.
-

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

- 6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete la definizione di $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

- ii) Enunciate e provate il teorema di Rolle.

La funzione $f(x) = -|x| + 1$ su $[-1, 1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle?
