

Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione
 CdL in Informatica, Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni e
 Ingegneria dell'Informazione e Gestione D'Impresa
 a.a. 2014-2015 - Foglio di esercizi 5

Esercizio 1. (Razionali fratte)

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 10}{x^2 - x - 3}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12x^2 - 2}{\frac{1}{5x}}; & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x + 1}; \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x + 5}{(x - 2)^2}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 1}; & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - x - 2}; \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 + 2x^2}{x^7}; & \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}^-} \frac{5x^2 + 16x + 3}{25x^2 + 10x + 1}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - \frac{1}{2x^3}}{2x^4 + 5}. \end{array}$$

Esercizio 2. (Limiti di funzioni irrazionali)

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 2}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| - \sqrt{2 - x}; \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{1}{x + 2}} \sqrt{x^2 + x + 1}; & \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x + 9} - \sqrt{4x}}{\sqrt{x - 3}}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x + 16} - 4}{|x|}; \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{2x - 1}}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x + 1} + \sqrt{2x - 1}}; & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x + 1}. \end{array}$$

Esercizio 3. (Infiniti, infinitesimi e funzioni trigonometriche)

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan x^2 + \sin x \cos x}{e^{x^2 - 2x}}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 4}}{x^2 e^{\left(\frac{5x^3 - 5}{x^3 - 2} - 5\right)} + 2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + e^{2x}}{x^3 + \log x}; \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan \left(\frac{\log(x^2 - x) + 3^x - x^5}{2^{x-1} + 2} \right); & \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 5x)^{\frac{1}{x}}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^5}{x + 7} \right)^{x^3 + x}; \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (\log^6(x - 1))^{x-1}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(3 + \sin x)}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin 3x + 3x}{\arctan 4x - e^{2x}}. \end{array}$$

Esercizio 4. (Limiti notevoli)

$$\begin{array}{lll}
 \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \log \left(\frac{1}{x} \right); & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{\log \left(\frac{x}{x-1} \right)}; & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}; \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x) + \log(1+x)}{x}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^4}{\sin x^2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{3x+4}; \\
 \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{x^3}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{\cos x} - x e}{\log(1+x)}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} (5^{x^2} - 5^{2x}); \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\log(1+3x))}{x \sin^2 4x}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin^2 x + \log(1 - \sin^2 x)}{\cos x^2 - 1}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x-5}{25-x^2} \right)^x; \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\tan x}; & \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2x} \right)^{\tan(\log(1+3x))}; & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{-\frac{1}{2}} \cos(x-1) - e^{\frac{x^2-2x}{2}}}{(x-1)(x+1)}
 \end{array}$$

Esercizio 5. Studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ il comportamento dei seguenti limiti:

i.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x^2 + 2x - \alpha}{x-1} - \alpha(x-1) \right]$$

ii.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x^\alpha)}{3x^5}$$

iii.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x - x}{e^{\alpha x}} \right)^x$$

Esercizio 6. Determinare per quali valori dei parametri α e β con $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ le seguenti funzioni sono continue:

i.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + \alpha & \text{se } x < -1 \\ -x2^{-x} & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

ii.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha(x+1) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{e^{2x}-1}{\sin 4x \cos x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

iii.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - 2\beta & \text{se } x < -\frac{\pi}{2} \\ \alpha \sin x + \beta & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{\alpha} \arctan \frac{1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$