Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Informazione e Gestione D'Impresa

a.a. 2014-2015 - Foglio di esercizi 2

1) Determinate modulo, coniugato, reciproco dei seguenti numeri complessi:
$1-2i\,;\quad -3+i\,;\quad \sqrt{3}+i\,;\quad -2-\frac{1}{2}i\,;\quad 8i\,;\quad \frac{1}{1-i}-\frac{2i}{-i+1}\,.$

2) Scrivete in forma trigonometrica ed esponenziale i seguenti numeri complessi:
$-i\,;\quad 2-2i\,;\quad 3+\sqrt{3}i\,;\quad -\sqrt{3}+3i\,;\quad 2i\,;\quad -4\,.$

3) i) Scrivete le radici quadrate e le radici cubiche dei numeri complessi $w=3+\sqrt{3}i$ e $w=4$.
ii) Scrivete le radici quarte del numero complesso $w=2+2i$ e le radici quinte del numero complesso $w=-\sqrt{3}+3i$.

4) Calcolate
$$\frac{iz+2|z|^2}{\overline{z}+2}\,;\qquad \left|\frac{z-1}{\overline{z}+1}\right|\,;\qquad Im\Big(iz\overline{z}+\frac{|z|^2}{z}\Big)\,;\qquad Re\Big(\frac{|z|^2-2\overline{z}}{iz}\Big)$$
per $z=2+3i$ e per $z=4i$.

5) Esprimete i seguenti numeri complessi in forma algebrica
i) $\frac{4}{1+i}\,;\qquad \frac{2+i}{3-i}+i-3\,;\qquad \frac{-3i}{\overline{\overline{1+i}}}\,;\qquad \frac{i^2-3i}{1+2i}\,;$
ii) $\Big(\frac{1+i}{1-i}\Big)^2\,;\qquad \frac{(8-i)+(6+i)}{2+2i}\,;\qquad \frac{3i}{|2-i|^2}\,;\qquad \frac{4+2i}{i}\,.$

6) Risolvete le seguenti equazioni a coefficienti complessi:
a) $\frac{z}{|\overline{z}|}+z-2=0 \qquad\qquad z-3i=\overline{z}+1$
b) $z\overline{z}-|z|=0 \qquad\qquad z^2+z+(3+2i\sqrt{3})/4=0$
c) $z^2-2iz-(3+i\sqrt{3})/2=0 \qquad\qquad z(2\overline{z}-Rez)=4-i$
d) $z^4=3z \qquad\qquad z^2-3i\overline{z}=0\,.$

7) Scrivete la quarta e la decima potenza di $z=-2\sqrt{3}+2i$.

8) Determinate l'insieme $A=\{z\in\mathbf{C}: z^4=16\,, |Imz|>|Rez|\}$.

9) Rappresentate graficamente nel piano complesso gli insiemi
i) $A=\{z\in\mathbf{C}: 1<|z|\le 2\,,\ (Rez)(Imz)>0\}$;
ii) $B=\{z\in\mathbf{C}: |z|^2-\frac{3(Imz)^2}{4}=\log_4 4\}$.

10) Trovate le soluzioni complesse (z,w) dei sistemi
i) $\begin{cases} z+iw\overline{z}=-i \\ w-iz\overline{w}=i\,; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} \overline{z}w=i \\ |w|^2z+1=0\,. \end{cases}$