Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Informazione e Gestione D'Impresa

a.a. 2014-2015 - Foglio di esercizi 7

1) i) Determinate il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \sqrt{1+\sin x}$.
ii) Determinate il polinomio di Taylor di ordine 5 centrato in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = x^2 \log(1+\sin x)$.

2) Determinate, al variare di $k \in \mathbf{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $x \log^2 x = k$.

3) i) Studiate brevemente la funzione $f(x) = (x-1)(x^2+2x-3)$ e tracciatene un grafico.
ii) Verificate poi che l'equazione

$$e^{3x} + e^{2x} - 5e^x + 3 = 0$$

ammette la sola soluzione $x = 0$.

4) Dite se la funzione $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2+1})$ è invertibile, ed in caso affermativo, determinate la funzione inversa.

5) Esiste una funzione f continua in $[0,1]$, derivabile in $]0,1[$ tale che $f'(x) < 2$ per ogni $x \in]0,1[$ e $f(0) = -1$ e $f(1) = 1$?

6) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } 0 \le x < 2\pi \\ -|x - 2\pi| & \text{se } x \ge 2\pi\,. \end{cases}$$

ii) Individuate i punti di massimo e/o di minimo locale.
iii) Individuate gli eventuali punti di flesso. In tali punti si ha $f''(x) = 0$?
iv) Determinate gli eventuali punti critici di f.

7) *per scaldare i motori* ... Studiate le seguenti funzioni (dominio, simmetrie, limiti, segno, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità se possibile) e tracciate di ciascuna un grafico qualitativo:

$$\frac{x}{x^3-1}\,; \qquad \frac{2x^2}{x+1}\,; \qquad \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}\,; \qquad x^3 e^{-x}\,; \qquad e^{-x^2+2x}\,; \qquad \frac{e^x-1}{e^x+1}\,;$$

$$\log\left(\frac{1}{x^2+1}\right); \qquad x^2(\log x - 1)\,; \qquad \frac{x}{\log x}\,; \qquad \arctan\left(\frac{e^x+1}{e^x-1}\right).$$

... *questo è solo l'inizio* ...