Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Informazione e Gestione D'Impresa

a.a. 2014-2015 - Foglio di esercizi 9

1) a) Determinate per quali valori di $a\,, b \in \mathbf{R}$ risulta derivabile su $\mathbf{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \displaystyle\int_0^x (t^2+2)\,dt & \text{se } x > 0 \\ a^2 x + b & \text{se } x \le 0\,. \end{cases}$$

b) Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $g(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} \cos 2t\,dt$. Determinate i punti critici di g. Calcolate il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{g(x) - x^2}{x^6}\,.$$

2) Per ogni $c > 0$ considerate la funzione $F_c : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$F_c(x) = \int_0^x e^{-t} \arctan(ct)\,dt\,.$$

i) Determinate per quali valori di $c > 0$ la funzione F_c risulta convessa su tutto l'intervallo $]-\infty, \frac{1}{c}]$.

ii) Calcolate per ogni $c > 0$ il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{F_c(x)}{x^2 e^{-x}}$.

3) Usando la tabella delle primitive immediate (o quasi) calcolate i seguenti integrali indefiniti

i) $\displaystyle\int \sqrt[3]{2x+1}\,dx$; ii) $\displaystyle\int x^2(3+x^3)^{-\frac{1}{5}}\,dx$; iii) $\displaystyle\int \frac{3-4x}{1+x^2}\,dx$;

iv) $\displaystyle\int \frac{1-\sin x}{x+\cos x}\,dx$; v) $\displaystyle\int \frac{-1}{x\sqrt{1-\log^2 x}}\,dx$; vi) $\displaystyle\int 4xe^{-x^2}\,dx$;

vii) $\displaystyle\int (\cos x)^{\frac{1}{3}} \sin x\,dx$; viii) $\displaystyle\int \frac{4e^x}{1+e^{2x}}\,dx$; ix) $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x}\,dx$;

x) $\displaystyle\int \frac{e^{2x}-1}{e^x+1}\,dx$; xi) $\displaystyle\int \frac{1}{3x^2+2}\,dx$; xii) $\displaystyle\int \frac{2^x}{\cos^2(2^x+3)}\,dx$.

4) Usando la formula d'integrazione per parti calcolate i seguenti integrali indefiniti

i) $\displaystyle\int \arccos x\,dx$; ii) $\displaystyle\int x^3 \log^2 x\,dx$; iii) $\displaystyle\int x^3\sqrt{2-x^2}\,dx$;

iv) $\displaystyle\int x^2 \sin x\, dx$; v) $\displaystyle\int \frac{x}{\cos^2 x}\, dx$; vi) $\displaystyle\int x^2 e^x\, dx$;

vii) $\displaystyle\int x \cos^2 x\, dx$; viii) $\displaystyle\int 3x e^{-x}\, dx$; ix) $\displaystyle\int \log(1+2x)\, dx$;

x) $\displaystyle\int 3x \arctan x\, dx$; xi) $\displaystyle\int \frac{\log(1+2x)}{x^2}\, dx$; xii) $\displaystyle\int (\sin x + x\cos x)\log x\, dx$;

xiii) $\displaystyle\int (x+1)^2 \cos x\, dx$; xiv) $\displaystyle\int e^x \cos x\, dx$.

5) Calcolate i seguenti integrali indefiniti di funzioni razionali

i) $\displaystyle\int \frac{2x^2-3x+1}{x-4}\, dx$; ii) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2-6x+8}\, dx$; iii) $\displaystyle\int \frac{x^4-3x^3+x+2}{x^2-1}\, dx$;

iv) $\displaystyle\int \frac{x^3-2x^2-x+3}{x^2+x+1}\, dx$; v) $\displaystyle\int \frac{x+2}{(x+1)^2}\, dx$; vi) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2-3x-4}\, dx$.

6) Calcolate i seguenti integrali indefiniti usando opportune sostituzioni

i) $\displaystyle\int \cos\sqrt{x}\, dx$; ii) $\displaystyle\int \frac{\log(\log x)}{x}\, dx$; iii) $\displaystyle\int \frac{1}{\sin x + 1}\, dx$; iv) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\, dx$.

7) Per le seguenti funzioni scrivete la primitiva che passa per il punto P indicato

a) $f(x) = \dfrac{\log(x+3)}{x^2}$ $P = (1,0)$;

b) $g(x) = \sqrt{1+\sqrt{x}}$ $P = (0,0)$;

c) $h(x) = x\log(x^2+1)$ $P = (1, \log 2)$.

8) Calcolate i seguenti integrali definiti

i) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-4}\, dx$; ii) $\displaystyle\int_9^{16} \frac{\sqrt{x}-3}{x-3\sqrt{x}+2}\, dx$; iii) $\displaystyle\int_0^1 x\sin(x^2-5)\, dx$;

iv) $\displaystyle\int_1^2 \frac{x+2\sqrt[3]{x}}{x^2}\, dx$; v) $\displaystyle\int_0^1 \big||x-1|-2\big|\, dx$; vi) $\displaystyle\int_{-2}^1 e^{-|x|}\, dx$.

9) Calcolate l'area della regione piana E
i) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^2 - |x|$ e $g(x) = -2|x| + 2$;
ii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ e dalle rette di equazione $y = 2x+3$ e $y = -4x+3$.
iii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x^3 e^{-x}$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(0,0)$ e dalla retta di equazione $x = 3$.