Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Informazione e Gestione D'Impresa

a.a. 2014-2015 - Foglio di esercizi 10

1) Usando la definizione, calcolate i seguenti integrali impropri

i) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{x}{\sqrt[3]{(x^2+4)^4}}\,dx\,;$ ii) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2}\,dx\,;$ iii) $\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(4x+1)}\,dx\,.$

2) Discutete la convergenza dei seguenti integrali impropri

i) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log(1+\sqrt[3]{x})}{\tan x}\,dx\,;$ ii) $\displaystyle\int_3^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-2\sqrt{3x+1}}}\,dx\,.$

3) Determinate per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ risulta convergente l'integrale generalizzato

i) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x^2}}{[x(x+1)]^\alpha}\,dx\,;$

ii) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x+\arctan\sqrt{x}}{|x+1|^\alpha x^{2\alpha}}\,dx\,;$

iii) $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{\arctan\sqrt{|x|}}{|x-1|^{3\alpha}|x|^{\alpha+1}}\,dx\,;$

iv) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos\sqrt{x}}{\sqrt[4]{(x-x^2)^\alpha}}\,dx\,.$

4) Determinate $\alpha \in \mathbf{R}$ in modo che risulti convergente l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x-1-\alpha\sin x}{x^2}\,dx\,.$$

5) Provate che l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x\sin x)-2+2\cos x}{7x^2(1-e^{x^2\sqrt{x}})}\,dx$$

è convergente.

6) Studiate l'assoluta integrabilità del seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2+x+3}\,dx\,.$$