

- 1) i) Determinate l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$ye^{2x} - (1 + e^{2x})y' = 0.$$

- ii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} e^{x+y}y' + x = 0 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

e determinate il più grande intervallo in cui la soluzione è definita.

- iii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2y' = -(y + 1) \\ y(1) = e. \end{cases}$$

- 2) i) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

a) $(1 + x^2)y' + xy = \frac{1}{1 + x^2};$

b) $2y' - \frac{y}{\sqrt{x}} = x;$

c) $y' + \frac{2y}{x} = e^x + 1.$

- ii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -\frac{2x}{1 + x^2}y + \frac{1}{x(1 + x^2)} \\ y(-1) = 0 \end{cases}$$

e determinate il più grande intervallo in cui la soluzione è definita.

- iii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -xy + e^{-\frac{x^2}{2}} \sin x \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- iv) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xy + e^{\frac{x^2}{2} - x} \\ y(0) = 8. \end{cases}$$

3) i) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

a) $y'' - 5y' + 6y = f(x)$ con $f(x) = -1$; $f(x) = e^{-x}$; $f(x) = e^{3x}$;

b) $y'' - 4y = e^x$; $y'' - 3y' + 2y = e^x$;

c) $y'' - 2y' + 2y = 4x + 3$; $y'' + 9y = x \cos x$;

d) $y'' + 2y' = e^{-2x} + 3x + 1$; $y'' - 2y' + y = e^x \sin x$.

ii) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y = 2e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

iii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

iv) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \cos x \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 7. \end{cases}$$

v) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

vi) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' = e^{-2x} + 3x + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

vii) Risolvete il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = e^x + 3 \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$