

1 Foglio Esercizi I Parte

Esercizio 1.1 Risolvere le seguenti disequazioni:

1 $\sqrt{x^2 - 9} < x + 1$

2 $\left| \frac{x+3}{2x-1} \right| < 2$

3 $\frac{|x^2 - 2x| - 3}{x^2 + 4x - 12} \geq 0$

Esercizio 1.2 Studiare la limitatezza dei seguenti insiemi numerici, determinando per ognuno di essi $\sup$, $\inf$, $\max$, $\min$.

1 $A = \left\{ a_n = \frac{1}{3n^2 - 3n + 1} : n \geq 0 \right\}$

2 $A = \left\{ a_n = \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) 2^{\frac{1}{n+1}} : n \geq 0 \right\}$

3 $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 + 2} : n \geq 0 \right\}.$

Esercizio 1.3 Calcolare $|z|$ nei casi $\frac{3+2i}{5-i}$ e $\frac{5+i}{3-2i}$

Esercizio 1.4 Risolvere le seguenti equazioni a coefficienti complessi:

1 $z + 2i = 2i\bar{z} - 1$

2 $z^2 = 2i\bar{z}$

3 $z(\bar{z} + \operatorname{Im}(z)) = 3 + i$

4 $z^2 - (i+1)z + i = 0$

Esercizio 1.5 Calcolare le radici cubiche di $z = 2 - 2i$ e $z = 3 + \sqrt{3}i$

Esercizio 1.6 Calcolare i seguenti limiti:

1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{3x+4}$

2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 + \log(1+5x^4)}{x \sin(3x)}$

3 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{e^x - 1 + x}$

4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 + x^3}{1 - \cos(2x)}$

5 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{\log(1 + \sqrt{2x+1})}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

6 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2) - \log(1+3x)}{\sin(x^4) + \log(1+x^4)}$

$$7 \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{(n^2 + 1) \sin\left(\frac{1}{n}\right)}$$

$$8 \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + (-1)^n}{3^n}$$

$$9 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n}$$

$$10 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)^{n^2}$$

Esercizio 1.7 Studiare le seguenti funzioni e tracciarne il grafico.

$$1 \ f(x) = \sqrt{x + \frac{8}{x} + \left|1 - \frac{8}{x}\right|}$$

$$2 \ f(x) = \begin{cases} x\sqrt{\frac{1}{|x|}} - 1 & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$3 \ f(x) = e^x - 2e^{10}|x - 10|$$

$$4 \ f(x) = 5x^2 - 90|\log(x)|$$

$$5 \ f(x) = x + \arctan\left(\frac{2x+1}{x}\right)$$

$$6 \ f(x) = \arctan(x) - \frac{1}{5} \left| \sqrt{5} + x \right|$$

$$7 \ f(x) = \log\left(\sqrt{|x|} - x\right)$$

$$8 \ f(x) = |x| + \log\left(\frac{5x+1}{x}\right)$$