

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 12 GENNAIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

-
- 1) Sia $A = \{\cos\left(\frac{n+1}{n^2+1}\right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Determinate $\sup A$ e $\inf A$. Dite se sono rispettivamente massimo e minimo (motivate le risposte).

-
- 2) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \log(2+t^2) dt}{\sin x^2}.$$

-
- 3) Determinate $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo che risulti convergente l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{3x} - \cos 3x - \sin 3x - \alpha \log(1+x^2)}{x^3} dx.$$

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\log(2|x|)}{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Calcolate $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$.
-

- 5) Discutete la convergenza assoluta della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\sqrt{n^\beta}}$ al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.
-

- 6) Determinate la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' + y = e^{-x}.$$

- 7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete cosa si intende per $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

- ii) Enunciate e provate la formula del prodotto di due numeri complessi in forma trigonometrica.
-

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 12 GENNAIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

-
- 1) Sia $A = \{\arctan\left(\frac{n^2+1}{n+1}\right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Determinate $\sup A$ e $\inf A$. Dite se sono rispettivamente massimo e minimo (motivate le risposte).

-
- 2) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x e^{t^2+1} dt}{1 - \cos 2x}.$$

-
- 3) Determinate $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo che risulti convergente l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} - \cos 2x - 2 \log(1+x) - \alpha \sin x^2}{x^3} dx.$$

- 4) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = -\frac{\log(4|x|)}{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Calcolate $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx$.
-

- 5) Discutete la convergenza assoluta della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\sqrt[3]{n^\beta}}$ al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.
-

- 6) Determinate la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - y' + \frac{9}{4}y = e^x.$$

- 7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivete cosa si intende per $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

- ii) Provate che l'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzione in \mathbb{Q} .
-