

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 31 OTTOBRE 2014

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione

$$|z|^2 + z^2 - 2 - 2i = 0,$$

e scrivete la soluzione in forma trigonometrica e in forma esponenziale.

- ii) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione $z^4 = 2z$, e disegnate le soluzioni nel piano di Gauss.

- 2) i) Determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ x_n = \frac{(-1)^n + 2}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- ii) Dite se sono massimo e minimo, rispettivamente (motivate le risposte!)

- 3) Provate, usando il principio di induzione, che $n! > 2n^2$ per ogni $n \geq 5$.

4) i) Determinate l'insieme A definito da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{|x - 3|}{|x + 2|} \leq 1\}.$$

ii) Determinate $\sup A$, $\inf A$, $\max A$ e $\min A$. Dite se A è un intervallo e se A è limitato.

5) Sia $f :]-\infty, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\arctan(x+1) & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 + 2x & \text{se } -1 < x < 0 \\ -|\sqrt[3]{x-1}| + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 9. \end{cases}$$

i) Determinate l'immagine di f . Determinate gli eventuali massimi/minimi locali (risp. punti di massimo/minimo locale) di f .

ii) Verificate se f è continua in $x_0 = -1$ e in $x_0 = 0$.

6) Calcolate, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x(e^{2x} - 1)}.$$

7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. f è strettamente crescente in \mathbb{R} se ... Scrivete la definizione e date un esempio di funzione f che **non** sia strettamente crescente.

ii) Scrivete l'enunciato del teorema di esistenza della radice n -esima in \mathbb{R} .

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 31 OTTOBRE 2014

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione

$$\bar{z}^2 + i(z\bar{z}) - 4i = 0,$$

e scrivete la soluzione in forma trigonometrica e in forma esponenziale.

- ii) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione $z^3 = -2z$, e disegnate le soluzioni nel piano di Gauss.

- 2) i) Determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ x_n = \frac{n-1}{5n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- ii) Dite se sono massimo e minimo, rispettivamente (motivate le risposte!)

- 3) Provate, usando il principio di induzione, che $2^n > 10n$ per ogni $n \geq 6$.

4) i) Determinate l'insieme A definito da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 3x} \leq x - 1\}.$$

ii) Determinate $\sup A$, $\inf A$, $\max A$ e $\min A$. Dite se A è un intervallo e se A è limitato.

5) Sia $f :]-\infty, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |\sqrt[3]{x+1}| & \text{se } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ -\log_2(x-1) & \text{se } 2 < x \leq 9. \end{cases}$$

i) Determinate l'immagine di f . Determinate gli eventuali massimi/minimi locale (risp. punti di massimo/minimo locale) di f .

ii) Verificate se f è continua in $x_0 = 0$ e in $x_0 = 2$.

6) Calcolate, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \sin 3x}{1 - \cos x^2}.$$

7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. f è iniettiva in \mathbb{R} se ... Scrivete la definizione e date un esempio di funzione f che **non** sia iniettiva.

ii) Scrivete l'enunciato del teorema del confronto (dei due carabinieri).

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 31 OTTOBRE 2014

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

1) i) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione

$$z^2 + i|z|^2 - 16i = 0,$$

e scrivete la soluzione in forma trigonometrica e in forma esponenziale.

ii) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione $z^4 = 3z$, e disegnate le soluzioni nel piano di Gauss.

2) i) Determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ x_n = \frac{3 + (-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

ii) Dite se sono massimo e minimo, rispettivamente (motivate le risposte!)

3) Provate, usando il principio di induzione, che $n! > 3n^2$ per ogni $n \geq 5$.

4) i) Determinate l'insieme A definito da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{|x-3|}{|2x+1|} \geq 1\}.$$

ii) Determinate $\sup A$, $\inf A$, $\max A$ e $\min A$. Dite se A è un intervallo e se A è limitato.

5) Sia $f : [-11, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x+3} & \text{se } -11 \leq x < -3 \\ 2|x+1|-3 & \text{se } -3 \leq x < 1 \\ 1 + \arctan(x-1) & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

i) Determinate l'immagine di f . Determinate gli eventuali massimi/minimi locali (risp. punti di massimo/minimo locale) di f .

ii) Verificate se f è continua in $x_0 = -3$ e in $x_0 = 1$.

6) Calcolate, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos 2x}.$$

7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. f è strettamente decrescente in \mathbb{R} se ... Scrivete la definizione e date un esempio di funzione f che **non** sia strettamente decrescente.

ii) Scrivete l'enunciato del teorema di esistenza della radice n -esima in \mathbb{C} .

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — TRENTO, 31 OTTOBRE 2014

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione

$$(z\bar{z}) + \bar{z}^2 + 8i - 8 = 0,$$

e scrivete la soluzione in forma trigonometrica e in forma esponenziale.

- ii) Risolvete in \mathbb{C} l'equazione $z^3 = -3z$, e disegnate le soluzioni nel piano di Gauss.

-
- 2) i) Determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ x_n = \frac{3n-1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- ii) Dite se sono massimo e minimo, rispettivamente (motivate le risposte!)

-
- 3) Provate, usando il principio di induzione, che $3^n > 2n$ per ogni $n \geq 1$.

4) i) Determinate l'insieme A definito da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - x - 2} > x + 2\}.$$

ii) Determinate $\sup A$, $\inf A$, $\max A$ e $\min A$. Dite se A è un intervallo e se A è limitato.

5) Sia $f : [-10, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x+2} & \text{se } -10 \leq x < -2 \\ -2|x+1| + 2 & \text{se } -2 \leq x < 1 \\ 2 \arctan(x-1) & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

i) Determinate l'immagine di f . Determinate gli eventuali massimi/minimi locali (risp. punti di massimo/minimo locale) di f .

ii) Verificate se f è continua in $x_0 = -2$ e in $x_0 = 1$.

6) Calcolate, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1 + 3x)}{\sin x^2}.$$

7) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. f è suriettiva se ... Scrivete la definizione e date un esempio di funzione f che **non** sia suriettiva.

ii) Scrivete l'enunciato del teorema della permanenza del segno.
