Cognome ____________	Non scrivere qui	
Nome ____________	1 2 3 4 5 6	
Matricola ⌊⌊⌊⌊⌊⌊		

Università di Trento — Dip. di Psicologia e Scienze Cognitive

CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva

Verifica settimanale di Analisi Matematica

A.A. 2015-2016 — Rovereto, 30 Novembre - 4 Dicembre - n. 11

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$\frac{a}{3} - \frac{a^3}{5} + \frac{a^5}{7} - \cdots + \frac{a^{21}}{23}\,; \qquad \frac{1}{2^x} + \frac{2}{4^x} + \frac{3}{8^x} + \cdots + \frac{10}{1024^x};$$

$$-\frac{b}{2} + \frac{4b^2}{3} - \frac{9b^3}{4} + \cdots - \frac{81b^9}{10}\,; \qquad \int_{\frac{1}{8}}^{\frac{1}{7}} x\,dx + \int_{\frac{1}{7}}^{\frac{1}{6}} x\,dx + \cdots + \int_{\frac{1}{2}}^{1} x\,dx\,.$$

ii) Calcolate

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{7} m_n\,,$ dove $m_n = \min_{x\in[-1,1]} f_n(x)$ e $f_n(x) = x^2 + n$ per $n \in \{1,2,3,\ldots\}$ e $x \in \mathbb{R}$;

b) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} f^{(j)}\big(\frac{1}{j}\big)\,,$ dove $f(x) = \log x\,,$ per $x > 0\,,$ e $f^{(j)}(x)$ denota la derivata j-esima della funzione f in x (ovviamente $f^{(1)}(x) = f'(x)\,, f^{(2)}(x) = f''(x)$).

c) $\displaystyle\sum_{m=1}^{4} (-1)^{m+1}\frac{1-m}{m^2}\,; \qquad \sum_{k=3}^{30}\big(\frac{3}{k^2} - \frac{3}{(k+1)^2}\big)\,.$

---

2) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-1}^{4} (|x|+1)\,dx\,; \qquad \int_{-2}^{\frac{3}{2}} (-2x+3)\,dx\,; \qquad \int_{0}^{2} (x+3)\,dx\,; \qquad \int_{-3}^{-1} 2\,dx\,.$$

---

3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\displaystyle\int_0^1 (x^2+3x)\,dx\,; \qquad \int_1^3 (1-x^{-2})\,dx\,; \qquad \int_{-2}^{-1} (e^x + \frac{3}{x})\,dx\,.$

ii) $\displaystyle\int_0^1 (\sqrt[4]{x} - 2\sqrt{x})\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{4x^2-3x^3}{x}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \frac{x^2-4}{x+2}\,dx\,.$

iii) $\displaystyle\int_{-1}^0 (e^{-x} - xe^{x^2})\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{3}{2x+1}\,dx\,; \qquad \int_0^1 x(3x^2-1)^3\,dx\,.$

4) Calcolate l'area della regione piana E delimitata

i) dal grafico di $f(x) = -x^2 + 2x$ e dal grafico di $g(x) = -x$.

ii) dal grafico di $f(x) = e^{|x|} - 1$ e dalla retta di equazione $y = e - 1$.

iii) dal grafico di $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$, dal grafico di $g(x) = \dfrac{1}{x}$ e dalle rette di equazione $x = 1$ e $x = 3$.

---

5) i) Provate che la funzione $F(x) = \dfrac{x^2}{4}(2\log x - 1)$ è una primitiva di $f(x) = x \log x$ su $]0, +\infty[$.

ii) Calcolate $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$.

iii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dai grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x) = -x^2$ sull'intervallo $[1, 4]$.

---

6) i) Studiate brevemente le funzioni $h(x) = (2x + x^2)e^x$ e $k(x) = -x^3(x + 2)$ e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Provate che la funzione $H(x) = x^2 e^x + 1$ è una primitiva di $h(x)$ su $\mathbb{R}$.

iii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dai grafici di $h(x)$ e di $k(x)$.
