

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 16 - 20 NOVEMBRE - N. 9

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete una definizione rigorosa di

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2.$$

- ii) Scrivete l'espressione di una funzione f che soddisfi le proprietà in i).

- 2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \\ 2 & \text{se } x = -1 \\ e^{-x} - e & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

- ii) Rappresentate graficamente f .

- iii) Studiate la continuità della funzione f nel punto $x = -1$.

- iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f .

- 3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^4 - 2x); \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} (-\sqrt{x} + \log_{\frac{1}{2}} x); \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - \frac{1}{x}}{2^x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2^x - 1}{x^3 + 2}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{|x| - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{|x| - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^3 + x}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3 + x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{e^{-x}}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^k - 2^{-x}}{1 - x^3} \quad \text{al variare di } k \in \{1, 2, 3, 4\}.$

- 4) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x + 2}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + x}{e^x + x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + x}{e^x + x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{3x}.$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - |x|}{\log |x|}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x2^x}{e^x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x^2)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1+x^2)}{2^x}. \\ \text{iii)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x} - 1}{4x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+3x^2)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \log x^2}{x^2}. \\ \text{iv)} \quad & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\log(1+(x^2-1))}{x-1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{2x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\log(1+x^2)}{x^3}. \end{aligned}$$

5) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$;

b) $g(x) = \log(x+1)$;

c) $h(x) = \frac{1}{(x-1)^3}$.

ii) Rappresentate poi sulla retta reale il segno di ciascuna funzione.

iii) Usando l'interpretazione geometrica della derivata in un punto, determinate il segno della derivata di ciascuna funzione, e rappresentatelo sulla retta reale.

6) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ nel punto $(-1, 1)$ (e nel punto $(1, 1)$);

b) $g(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(9, 3)$;

c) $h(x) = e^x$ nel punto $(1, e)$.

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f con le rispettive rette tangente.
