

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 23 - 27 NOVEMBRE - N. 10

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

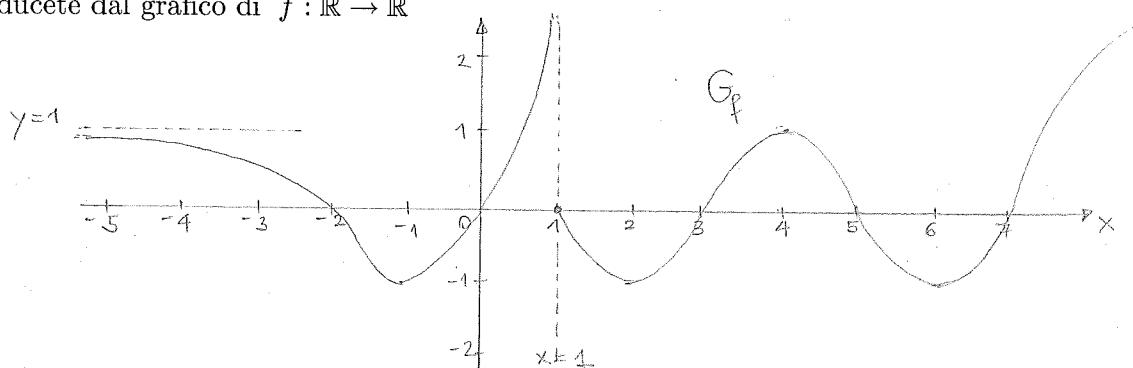
a) $f(x) = \frac{3}{x-2}$ nel punto $(1, -3)$;

b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ nel punto $(8, 2)$;

c) $h(x) = 1 - |x|$ nel punto $(-1, 0)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano ciascuna delle funzioni f , g ed h con la rispettiva retta tangente.

2) Deducete dal grafico di $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



i) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

ii) gli eventuali asintoti della f ;

iii) il segno della derivata f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) i punti di massimo e di minimo locali di f su $[1, 3]$. Essi sono punti in cui si annulla la derivata prima?

3) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $4x^5 - x^{-2}$; $\frac{x}{3+x^2}$; $\frac{\sqrt{x}}{e^x - 2}$; $\sqrt[3]{x} + \log_2 x$.

b) $(x + \frac{1}{x-2})(x^{-1} + 2^x)$; $(\log x + x^3)(e^{-x} + \frac{1}{x^2 - 1})$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$$(2x^3 + e^x)^4; \quad e^{3x^2+x}; \quad \log(1 + 4x + x^2); \quad xe^{-x} \log(1 - x^3).$$

4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ -2x + 4 & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

i) Verificate che f è continua in $x = 0$ e in $x = 2$. Rappresentate graficamente f .

ii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

iii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 2$.

iv) Determinate la funzione derivata f' , dove esiste, e poi rappresentatela sul piano cartesiano.

v) Determinate i punti del grafico in cui la retta tangente al grafico risulta essere orizzontale.

5) Delle seguenti funzioni

$$3x^3 - 2x^2; \quad \frac{x-1}{x^2-2x+2}; \quad \frac{\log(2x)}{x}; \quad \frac{e^{1-x}}{x-1}; \quad (x^2-1)x^2$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.