COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 19 - 23 OTTOBRE - N. 5

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Determinate il più grande sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$ tale che la scrittura $f : A \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ per ogni $x \in A$ definisca una funzione.

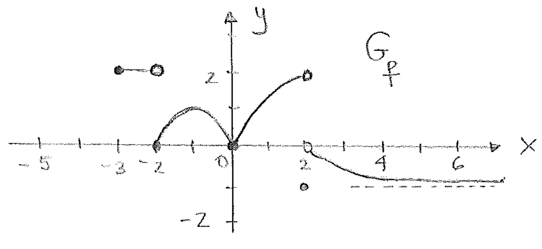
ii) Dite perchè le due funzioni $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2$ per ogni $x \in [0,1]$ e $g : \{0,1\} \to \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 2$ per ogni $x \in \{0,1\}$ non sono uguali.

iii) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che la scrittura $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -x+3 & \text{se } x \leq 2 \\ x+a & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ definisca una funzione.

iv) Determinate il più piccolo sottoinsieme $B \subseteq \mathbb{R}$ tale che la scrittura $f : [-1,1] \to B, f(x) = x^2$ per ogni $x \in [-1,1]$ definisca una funzione.

---

2) i) Scrivete il dominio della funzione f, il cui grafico è rappresentato in figura.



ii) Determinate $f(-3)$, $f(-2)$ e $f(2)$.

iii) Il punto $(-2,2) \in \operatorname{graf} f$? E $(-2,0)$?

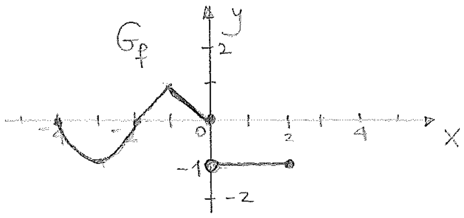
iv) Determinate l'immagine di f. È un sottoinsieme limitato di $\mathbb{R}$? È un intervallo?

v) Determinate $x_1, x_2 \in \operatorname{dom} f$ con $x_1 \neq x_2$ tali che $f(x_1) = f(x_2)$. Determinate $x_0 \in \operatorname{dom} f$ tale che $f(x_0) = 1$.

---

3) Trovate l'espressione di una funzione $f : [-2,3] \to [1,5]$ che risulti biiettiva.

4) Sia $f : [-4, 2] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



Disegnate, considerando i rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto 2f(x)$, $x \mapsto \frac{1}{2}f(x - \frac{1}{2})$ e $x \mapsto 1 - f(x)$.

---

5) Siano $f :]-\infty, 0] \to [-2, 0[$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $h : [-1, 2] \to [-1, 4]$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ -x - 2 & \text{se } -1 < x \leq 0 ; \end{cases} \qquad g(x) = -x^2 + 2x + 1 ;$$

$$h(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ \dfrac{2}{x} + 2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 . \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente le funzioni f, g e h.

ii) Determinate $f(\{-1, 0\})$ e $f(-1)$.

iii) Determinate l'insieme $\{x \in \text{dom} g : g(x) > 0\}$.

iv) Rappresentate graficamente, dove esiste, la funzione reciproca $\dfrac{1}{f(x)}$.

v) Discutete l'esistenza della funzione inversa $f^{-1}(x)$ e rappresentatela graficamente.

vi) Mettete in evidenza sui rispettivi grafici le coppie $(x, \dfrac{1}{f(x)})$ e $(x, f^{-1}(x))$ con $x = -2$, $x = -1$ e $x = -\dfrac{1}{2}$.

vii) Discutete l'esistenza della funzione inversa $h^{-1}(x)$ e rappresentatela graficamente.
