

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

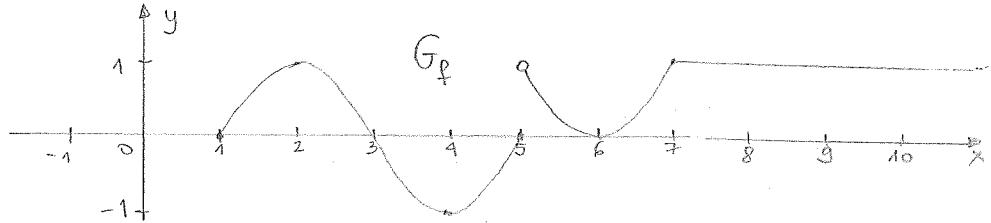
UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 26 - 30 OTTOBRE - N. 6

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow [-5, 5]$ la funzione definita da $f(x) = -2x + 1$.
- Provate che f è una funzione biiettiva.
 - Determinate la funzione inversa $f^{-1} : [-5, 5] \rightarrow [-2, 3]$. Rappresentate graficamente f e f^{-1} nello stesso sistema di riferimento.
 - Qual è l'insieme di definizione della funzione reciproca $\frac{1}{f(x)}$?
- 2) Sia $f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



- Determinate l'insieme $A = \{x \in \text{dom}f : f(x) > 0\}$. Dite se A è un insieme limitato. Ha minimo e/o massimo?
- Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo).
- Determinate, se esistono, $(f \circ f)(1)$ e $(f \circ f)(2)$.
- Determinate il più grande sottoinsieme B di \mathbb{R} tale che $(f \circ f)(x)$ sia ben definito per $x \in B$. Per tali x , determinate $(f \circ f)(x)$.

- 3) Siano date le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 1 & \text{se } x < 0 \\ -2\sqrt{x} + 1 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ -(x-2)^2 & \text{se } x \geq 1; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - 1 & \text{se } x < 1 \\ 1 - x^{-4} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- Rappresentate graficamente f e g mettendo in evidenza sui rispettivi grafici le coppie $(x, f(x))$ e $(x, g(x))$ con $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

- ii) Determinate l'immagine di f e di g . Dite se f e g sono funzioni limitate. Ammettono massimo e/o minimo?
- iii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
- iv) Calcolate, se esistono, $(f+g)(0)$, $(fg)(1)$, $(\frac{f}{g})(1)$, $(\frac{g}{f})(1)$, $(f \circ g)(1)$ e $(g \circ f)(-1)$.

- 4) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow]-\infty, 1[$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x < 0 \\ 2\sqrt{x} & \text{se } x \geq 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 1 & \text{se } x < -1 \\ -\sqrt[4]{x+1} & \text{se } x \geq -1. \end{cases}$$

- ii) Rappresentate graficamente, dove esistono, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} .
- iii) Rappresentate, dove esistono, le funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto \frac{1}{2}f(x-1)$.
- iv) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di g su $[-1, 15]$.
- v) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di g^{-1} su $[-2, 0]$.

- 5) Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{se } x < 1 \\ -(x-2)^2 + 1 & \text{se } x \geq 1; \end{cases} \quad g(x) = \frac{1}{x-1}.$$

- i) Rappresentate graficamente le funzioni f e g .
- ii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $g \circ f$ e della funzione composta $f \circ g$. Scrivete poi, dove esistono, l'espressione di $g \circ f$ e $f \circ g$.