COGNOME ______________		NON SCRIVERE QUI	
NOME ______________			
MATRICOLA		1 | 2 | 3 | 4 | 5	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 9 - 13 NOVEMBRE - N. 8

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni/disequazioni:

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 4^{x^2-3x} \leq 0\,;\qquad e^x \cdot e^{3-x^2} > \frac{1}{e^x}\,;\qquad \frac{3^{|x|}\cdot 3^x}{9^x} = 9^{x^2}\,;$

b) $\log_2(1+x^2) > \log_2(2|x|)\,;\qquad \log_3(1-x) - \log_3(1+|x|) > -1\,;$

c) $x^2\log_{\frac{1}{3}} 3 + x\log_2 8 + 2\log e^2 \geq 0\,;\qquad \log_3(2-x) < \log_3(2+x) - \log_3 x + 1\,.$

---

2) Rappresentate graficamente, nei loro insieme di definizione, le seguenti funzioni:

$|2^x - 1| + 1\,;\qquad |1 - \log_3(x+1)|\,;\qquad ||x+2|-1|\,;\qquad |\log_{\frac{1}{3}} x + \log_2 \tfrac{1}{2}|\,.$

---

3) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log_3(-x) & \text{se } x \leq -1 \\ |x^2 - 1| & \text{se } -1 < x < 1 \\ 2^x - 2 & \text{se } x \geq 1\,. \end{cases}$$

ii) La funzione f soddisfa (tutte) le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3,2]$? (la continuità di f basta giustificarla graficamente). Determinate, se esistono, il massimo (i punti di massimo) e il minimo (i punti di minimo) di f su $[-3,2]$.

iii) f soddisfa (tutte) le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-3,2]$? f ha uno zero su $[-3,2]$?

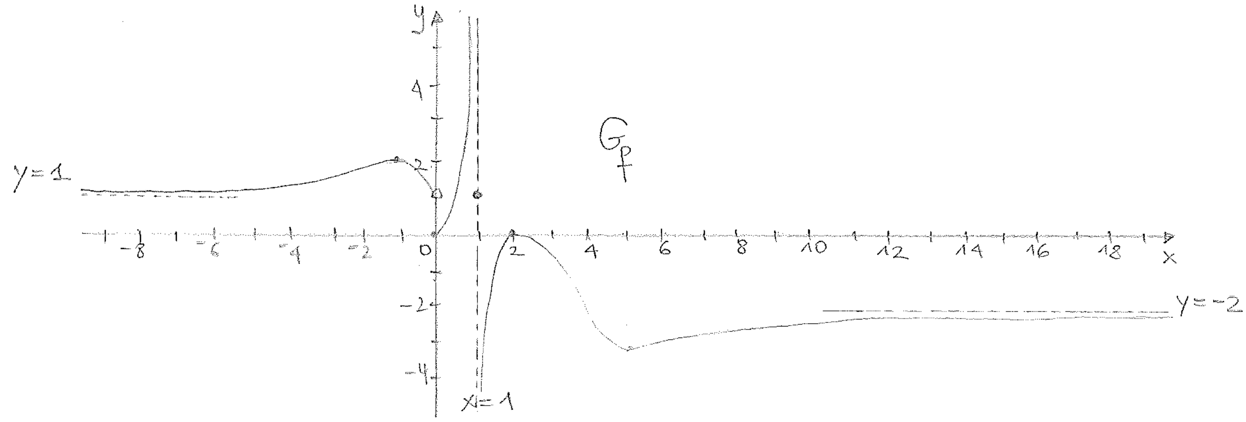
---

4) Provate che la funzione $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2x - 2$ ha uno zero $x_0 \in [-1,0]$. Esso è unico?

Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a},\tilde{b}[\subset]-1,0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a},\tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$ (si ricorda che $\sqrt[4]{3}$ vale circa 1.3).

---

5) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to0^-} f(x)$; $\lim_{x\to0+} f(x)$; $\lim_{x\to1^-} f(x)$; $\lim_{x\to1+} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) i punti di discontinuità di f;

iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-2, 0]$.