

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

C

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 11 GENNAIO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (\log_2 4) \log(x+2) - \log(x+5) \leq \log(-x)\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 3|x+1| - x^2 < -1\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono intervalli.
- ii) Determinate $A \cap B$ e $A \setminus B$. Rappresentate graficamente $A \times A$.
- iii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il minimo e il massimo di A .

2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = |2x| - x$ e $g(x) = \begin{cases} e^x - e & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Dite se f è continua e derivabile in $x = 0$.
- iii) Dite se f è iniettiva. Determinate l'immagine di g .
- iv) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di f su $[-1, 2]$.
- v) Determinate l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x)$.

3) i) Calcolate

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{x^2} \right) dx; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x^2)}{x^k}, \text{ al variare di } k \in \{1, 2\}.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(\frac{8}{9}\right) + \cdots + \log\left(\frac{120}{121}\right).$$

iii) Calcolate $\sum_{n=2}^8 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right).$

- 4) Sia $f(x) = x^2 e^x$ per $x \in \mathbb{R}$.
- i) Provate che $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$ è una primitiva di f .
 - ii) Determinate l'insieme di tutte le primitive di f . Determinate una primitiva $G(x)$ di $f(x)$ tale che $G(0) = 4$.
 - iii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.

-
- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{\log x - 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Rappresentate graficamente la funzione $f(|x|)$ nel rispettivo dominio.

-
- 6) Rappresentate graficamente l'insieme A costituito dalle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacente

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 4y - 8 < 0 \\ |y - 2| \leq 1. \end{cases}$$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 11 GENNAIO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (\log_3 9) \log(x+2) - \log(x+5) > \log(-x)\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 3|x+1| - x^2 \geq -1\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono intervalli.
- ii) Determinate $A \cap B$ e $A \setminus B$. Rappresentate graficamente $B \times B$.
- iii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il minimo e il massimo di B .

2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x - |3x|$ e $g(x) = \begin{cases} 2^x - 2 & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Dite se f è continua e derivabile in $x = 0$.
- iii) Dite se f è iniettiva. Determinate l'immagine di g .
- iv) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di f su $[-3, 1]$.
- v) Determinate l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x)$.

3) i) Calcolate

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{4x+1} - \frac{1}{x^2} \right) dx; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x^2} - 1}{x^k}, \text{ al variare di } k \in \{2, 3\}.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$e^{-\frac{3}{4}} + e^{-\frac{8}{9}} + \dots + e^{-\frac{143}{144}}.$$

iii) Calcolate $\sum_{n=1}^7 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}} - \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} \right).$

- 4) Sia $f(x) = x^2 e^{-x}$ per $x \in \mathbb{R}$.
- i) Provate che $F(x) = (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}$ è una primitiva di f .
 - ii) Determinate l'insieme di tutte le primitive di f . Determinate una primitiva $G(x)$ di $f(x)$ tale che $G(0) = 4$.
 - iii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.

-
- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{1 - \log x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Rappresentate graficamente la funzione $f(|x|)$ nel rispettivo dominio.

-
- 6) Rappresentate graficamente l'insieme A costituito dalle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacente

$$\begin{cases} x^2 - 4x - y^2 > 0 \\ |x - 2| \leq 3. \end{cases}$$
