

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 28 GIUGNO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente equazione/disequazione:

$$\frac{e^{x^2} e^{-2|x|}}{e^{3x}} = 1; \quad \log(x^2 - 1) - \log(2x + 2) \leq 0.$$

- ii) Scrivete in matematiche la seguente proposizione:

$\mathcal{A}$ = "Ogni giorno va vissuto bene".

- 2) i) Calcolate $\int_1^2 \frac{3x^3 + 2x + 1}{x} dx$ e $\int_{-1}^2 (|x^2 - 1| + |x|) dx$.

- ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$x_2 - \frac{x_4}{2!} + \frac{x_6}{3!} - \dots + \frac{x_{14}}{7!}.$$

- iii) Siano $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -2x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ e $g(x) = |\sqrt[3]{x}|$.

- a) Rappresentate graficamente f e g .

- b) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

- c) Dite se g è iniettiva. Determinate l'immagine di g .

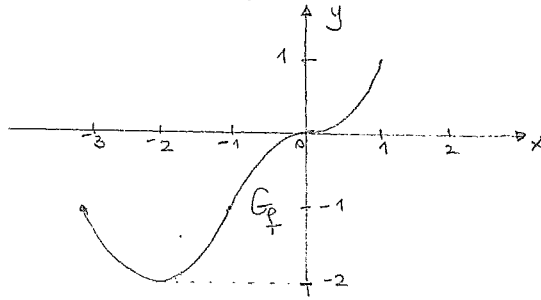
- d) Determinate $(fg)(-1)$, $(f+g)(-1)$ e $(g \circ f)(2)$.

- 3) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- i) Provate che esiste un unico punto $x_0 \in]0, 1[$ tale che $f(x_0) = 0$.

- ii) Determinate un intervallo $[\tilde{a}, \tilde{b}] \subset [0, 1]$ di ampiezza minore di $\frac{1}{4}$ tale che $x_0 \in [\tilde{a}, \tilde{b}]$.

4) Sia $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



e sia $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$ la sua funzione integrale.

- i) Rappresentate sulla retta reale il segno di F e il segno della sua derivata F' .
- ii) Determinate i punti di minimo locali e i punti di massimo locali.
- iii) Provate che $\min_{x \in [-3, 1]} F(x) < -3$.
- iv) Dopo aver studiato la convessità/concavità di F , tracciate un suo grafico qualitativo.

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = x^3(2 - x)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di f e dall'asse x .
- iii) Disegnate la funzione $g(x) = |f(x)|$ e determinate il massimo e il minimo di g su $[-1, 1]$.

- 6) In una cesta di una scuola materna ci sono delle bambole di pezza ognuna diversa dall'altra. Quante sono le bambole nel cesto se il numero di coppie diverse che si possono estrarre dalla cesta è 10?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 28 GIUGNO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente equazione/disequazione:

$$\frac{e^{-x^2} e^{2|x|}}{e^{3x}} = 1; \quad \log(x^2 - 4) - \log(3x + 6) \leq 0.$$

- ii) Scrivete in matematiche la seguente proposizione:

$A =$ "Ogni giorno va vissuto bene".

2) i) Calcolate $\int_1^2 \frac{4x^4 - 2x^2 - 1}{x} dx$ e $\int_{-2}^1 (|x^2 - 1| + |x|) dx$.

- ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$-x_1 + \frac{x_3}{2!} - \frac{x_5}{3!} + \dots - \frac{x_{13}}{7!}.$$

- iii) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = \begin{cases} -2x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ e $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$.

- a) Rappresentate graficamente f e g .

- b) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

- c) Dite se g è iniettiva. Determinate l'immagine di g .

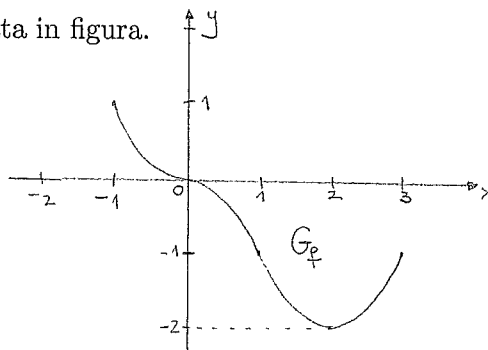
- d) Determinate $(fg)(2)$, $(f+g)(0)$ e $(f \circ g)(0)$.

- 3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^3 + 2x - 2$.

- i) Provate che esiste un unico punto $x_0 \in]0, 1[$ tale che $f(x_0) = 0$.

- ii) Determinate un intervallo $[\tilde{a}, \tilde{b}] \subset [0, 1]$ di ampiezza minore di $\frac{1}{4}$ tale che $x_0 \in [\tilde{a}, \tilde{b}]$.

4) Sia $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



e sia $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ la sua funzione integrale.

- i) Rappresentate sulla retta reale il segno di F e il segno della sua derivata F' .
- ii) Determinate i punti di minimo locali e i punti di massimo locali.
- iii) Provate che $\min_{x \in [-1, 3]} F(x) < -3$.
- iv) Dopo aver studiato la convessità/concavità di F , tracciate un suo grafico qualitativo.

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = x^3(2 + x)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di f e dall'asse x .
- iii) Disegnate la funzione $g(x) = |f(x)|$ e determinate il massimo e il minimo di g su $[-1, 1]$.

- 6) In una cesta di una scuola materna ci sono delle bambole ognuna diversa dall'altra. Quante sono le bambole nel cesto se il numero di coppie diverse che si possono estrarre dalla cesta è 15?