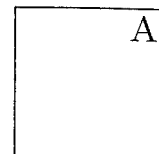


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 9 SETTEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione:

$$A = "\exists x, y \in \mathbb{R} : xy = 3, -x + y = 2"$$

Dite quale delle due proposizioni è vera e quale è falsa.

- ii) Sia B la proposizione definita da

$$B = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : xy = 3, -x + y = 2"$$

Questa proposizione risulta essere vera?

- 2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{se } x \leq 3 \\ x + a & \text{se } x > 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \text{ o } x > 1 \\ -|x| + 2 & \text{se } x \in [-1, 1]. \end{cases}$$

- i) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che f risulti continua in $x = 3$. Rappresentate poi graficamente f e g .

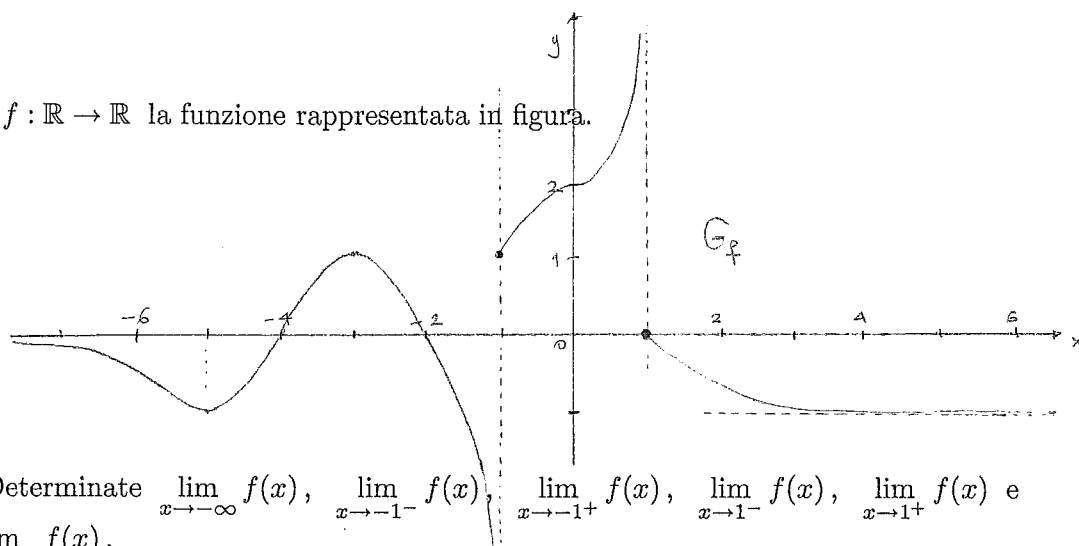
- ii) Determinate $g(\mathbb{R})$. Determinate l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x)$ per $x \in \mathbb{R}$.

- 3) i) Data l'ellisse $\mathcal{E}$ di equazione $4x^2 + y^2 + 8x - 2y + 1 = 0$, determinate l'equazione $y = ax^2 + bx + c$ della parabola $\mathcal{P}$ con vertice nel centro dell'ellisse e passante per l'origine degli assi.

- ii) Rappresentate graficamente $\mathcal{E}$ e $\mathcal{P}$.

- iii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dalla parabola e dal grafico della funzione $f(x) = 4|x + 1| - 4$.

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



i) Determinate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Rappresentate sulla retta reale il segno di f e di f' .

iii) Determinate i punti di massimo/minimo locale di f .

iv) Determinate il più grande intervallo limitato I tale che f ristretta ad I risulti iniettiva.

5) i) Studiate (insieme di definizione, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = -x + 1 + \log x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

iii) Verificate che $G(x) = -x + x \log x$ è una funzione primitiva della funzione $g(x) = \log x$ su $\text{dom} g$.

iv) Calcolate $\int_1^3 f(x) dx$.

6) i) Calcolate $\sum_{k=1}^3 C_{3,k}$.

ii) Determinate $n \in \mathbb{N}$ tale che $C_{n,2} + D_{n,2} = 30$.

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 9 SETTEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione:

$$\mathcal{A} = " \exists x, y \in \mathbb{R} : \frac{x}{y} = 2, -x + y = 4 " .$$

Dite quale delle due proposizioni è vera e quale è falsa.

- ii) Sia $\mathcal{B}$ la proposizione definita da

$$\mathcal{B} = " \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : \frac{x}{y} = 2, -x + y = 4 " .$$

Questa proposizione risulta essere vera?

- 2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -x + a & \text{se } x < -2 \\ x^2 + 2x & \text{se } x \geq -2; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \text{ o } x > 1 \\ |x| - 2 & \text{se } x \in [-1, 1]. \end{cases}$$

- i) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che f risulti continua in $x = -2$. Rappresentate poi graficamente f e g .

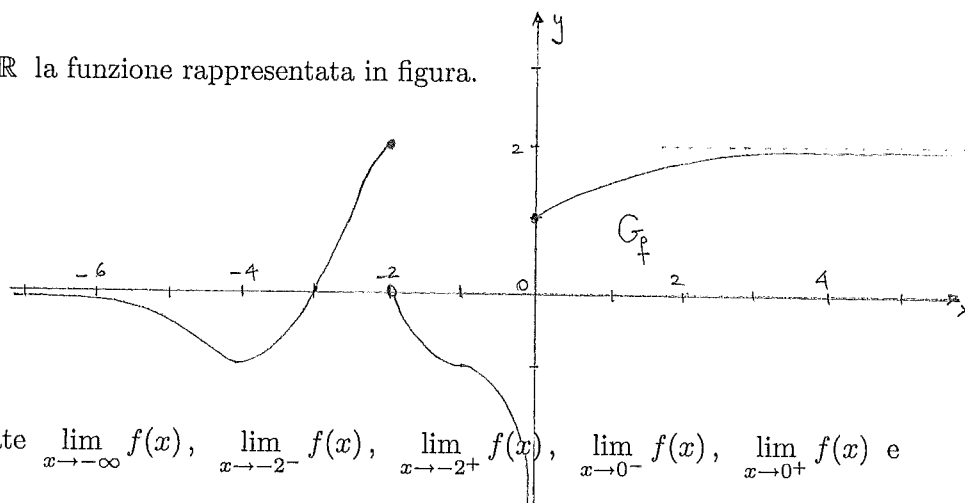
- ii) Determinate $g(\mathbb{R})$. Determinate l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x)$ per $x \in \mathbb{R}$.

- 3) i) Data l'ellisse $\mathcal{E}$ di equazione $4x^2 + y^2 - 8x + 2y + 1 = 0$, determinate l'equazione $y = ax^2 + bx + c$ della parabola $\mathcal{P}$ con vertice nel centro dell'ellisse e passante per l'origine degli assi.

- ii) Rappresentate graficamente $\mathcal{E}$ e $\mathcal{P}$.

- iii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dalla parabola e dal grafico della funzione $f(x) = -4|x - 1| + 4$.

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



- i) Determinate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ii) Rappresentate sulla retta reale il segno di f e di f' .
- iii) Determinate i punti di massimo/minimo locale di f .
- iv) Determinate il più grande intervallo limitato I tale che f ristretta ad I risulti iniettiva.

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = x - 1 - \log x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
- iii) Verificate che $G(x) = -x + x \log x$ è una funzione primitiva della funzione $g(x) = \log x$ su $\text{dom} g$.

- iv) Calcolate $\int_1^3 f(x) dx$.

- 6) i) Calcolate $\sum_{k=1}^4 D_{4,k}$.

- ii) Determinate $n \in \mathbb{N}$ tale che $C_{n,2} + D_{n,2} = 63$.