

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>							NON SCRIVERE QUI <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 80px; height: 60px;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 5px;">A</td> </tr> </table>							A
A														

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
 CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA
 A.A. 2016-2017 — ROVERETO, 3 FEBBRAIO 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione: "Ogni corso di nuoto ha la durata di 10 ore e la frequenza obbligatoria".
 ii) Scrivete la negazione della proposizione in i) sia in matematiche (portando la negazione il più internamente possibile) che in italiano corrente.
 iii) Scrivete la negazione della seguente proposizione: $\mathcal{A} = "\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z} : 2x + 4y = 3"$. Dite se è vera $\mathcal{A}$ oppure **non** $\mathcal{A}$.

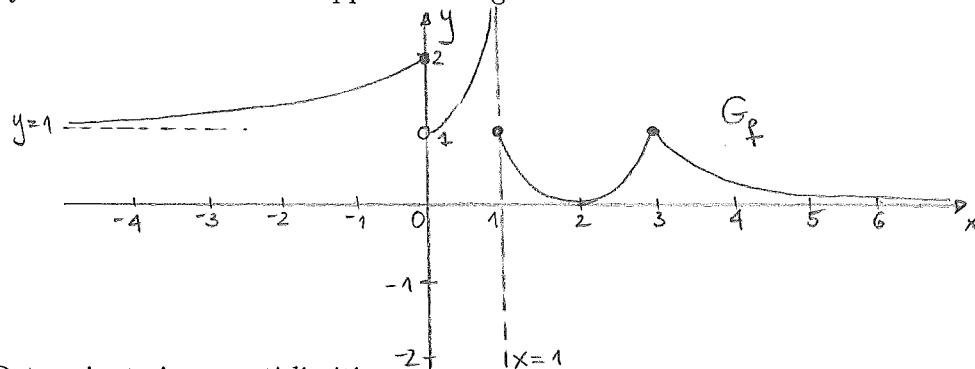
-
- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme A dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ y \leq -2|x| + 2 \\ x^2 + y^2 > \frac{1}{4} \end{cases}$$

- ii) Determinate le equazioni delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme A .
 iii) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro l'origine e raggio k che non intersecano mai l'insieme A .

-
- 3) Provate che la funzione $f(x) = x^4 + 2x - 1$ ha uno zero $x_0 \in [0, 1]$. Esso è unico? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0, 1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.
-

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata graficamente



i) Determinate i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

iii) Determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f .

iv) Rappresentate sulla retta reale, il segno della derivata $f'(x)$, dove esiste.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2}{x-3}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'immagine di f .

iii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.

6) i) Verificate che $F(x) = x \log(x^2 - 1) - \log(x - 1) + \log(x + 1) - 2x$ è una primitiva di

$f(x) = \log(x^2 - 1)$ su $]1, +\infty[$. Calcolate $\int_2^3 f(x) dx$.

ii) a) Rappresentate graficamente le funzioni $f, g: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x < 0 \\ 2^x - 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 3, \end{cases} \quad g(x) = 2|x + 1|.$$

b) Determinate $(f + g)(1)$; $(fg)(-2)$; $(f \circ g)(0)$ e $(g \circ f)(0)$.

c) Determinate gli intervalli di monotonia di f .

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2016-2017 — ROVERETO, 3 FEBBRAIO 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematica la seguente proposizione: "Ogni corso di tennis ha la durata di 20 ore e la frequenza obbligatoria".
ii) Scrivete la negazione della proposizione in i) sia in matematica (portando la negazione il più internamente possibile) che in italiano corrente.
iii) Scrivete la negazione della seguente proposizione: $\mathcal{A} = "\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Q} : 2x + 4y = 3"$. Dite se è vera $\mathcal{A}$ oppure **non** $\mathcal{A}$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme A dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} y \leq -x^2 + 1 \\ y \geq 2|x| - 2 \\ x^2 + y^2 > \frac{1}{9} \end{cases}$$

- ii) Determinate le equazioni delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme A .
iii) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro l'origine e raggio k che non intersecano mai l'insieme A .

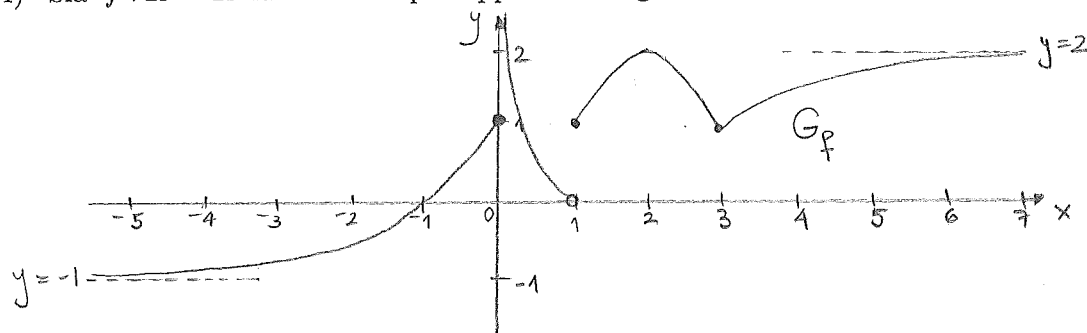
- 3) i) Verificate che $F(x) = x \log(x^2 - 1) - \log(x - 1) + \log(x + 1) - 2x$ è una primitiva di $f(x) = \log(x^2 - 1)$ su $]1, +\infty[$. Calcolate $\int_2^3 f(x) dx$.

- ii) a) Rappresentate graficamente le funzioni $f, g : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = -|x + 1| + 2, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x < 0 \\ 3^x - 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- b) Determinate $(f + g)(1)$; $(fg)(-2)$; $(f \circ g)(0)$ e $(g \circ f)(0)$.
c) Determinate gli intervalli di monotonia di g .

4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione qui rappresentata graficamente



i) Determinate i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

iii) Determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f .

iv) Rappresentate sulla retta reale, il segno della derivata $f'(x)$, dove esiste.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 4}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'immagine di f .

iii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 2$.

6) Provate che la funzione $f(x) = x^4 - 2x - 1$ ha uno zero $x_0 \in [-1, 0]$. Esso è unico? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]-1, 0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.