

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 11 GENNAIO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$(\log_2 4) \log(x+2) - \log(x+5) \leq \log(-x); \quad 3|x+1| - x^2 < -1.$$

2) i) Calcolate

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{2x+1} + x^3 \right) dx; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x^2)}{x^k}, \text{ al variare di } k \in \{1, 2\}.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(\frac{8}{9}\right) + \cdots + \log\left(\frac{120}{121}\right).$$

$$\text{iii) Calcolate } \sum_{n=2}^8 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right).$$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = |2x| - x$.i) Rappresentate graficamente f .ii) Dite se f è continua e derivabile in $x = 0$.iii) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di f su $[-1, 2]$.iv) Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-1, 2]$.

4) Sia $f(x) = x^2e^x$ per $x \in \mathbb{R}$.

- Provate che $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$ è una primitiva di f .
- Determinate l'insieme di tutte le primitive di f . Determinate una primitiva $G(x)$ di $f(x)$ tale che $G(0) = 4$.
- Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.
- Rappresentate graficamente la regione piana E delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta di equazione $x = 1$. Determinate l'area di E .

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonìa, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{\log x - 1}$$

e rappresentate un suo grafico qualitativo nel piano cartesiano.

- Rappresentate graficamente la funzione $f(|x|)$ nel rispettivo dominio.

6) Un trio possiede quattro strumenti musicali. Se ognuno dei suonatori sà suonare ogni strumento, in quanti modi diversi può esibirsi il trio?

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA
A.A. 2015-2016 — ROVERETO, 11 GENNAIO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$(\log_3 9) \log(x+2) - \log(x+5) > \log(-x); \quad 3|x+1| - x^2 \geq -1.$$

2) i) Calcolate

$$\int_1^3 \left(x^3 - \frac{1}{3x+1} \right) dx; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x^2} - 1}{x^k}, \text{ al variare di } k \in \{2, 3\}.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$e^{-\frac{3}{4}} + e^{-\frac{8}{9}} + \cdots + e^{-\frac{143}{144}}.$$

iii) Calcolate $\sum_{n=1}^7 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}} - \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} \right).$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x - |3x|$.

i) Rappresentate graficamente f .

ii) Dite se f è continua e derivabile in $x = 0$.

iii) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di f su $[-3, 1]$.

iv) Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-3, 1]$.

4) Sia $f(x) = x^2e^{-x}$ per $x \in \mathbb{R}$.

- Provate che $F(x) = (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}$ è una primitiva di f .
- Determinate l'insieme di tutte le primitive di f . Determinate una primitiva $G(x)$ di $f(x)$ tale che $G(0) = 4$.
- Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.
- Rappresentate graficamente la regione piana E delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta di equazione $x = 2$. Determinate l'area di E .

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{1 - \log x}$$

e rappresentate un suo grafico qualitativo nel piano cartesiano.

ii) Rappresentate graficamente la funzione $f(|x|)$ nel rispettivo dominio.

6) Un quartetto possiede sei strumenti musicali. Se ognuno dei suonatori sà suonare ogni strumento, in quanti modi diversi può esibirsi il quartetto?