

1) Scrivete, in matematica (usando $\forall \varepsilon > 0, \dots$ oppure $\forall M > 0, \dots$), la definizione di

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty.$$

2) Provate, usando la definizione di limite, che

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x+1} = 3;$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{4x-2}) = 0.$

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 3x + 1); \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x^3} + 2\sqrt[3]{x} \right); \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{x^2 + \sin x}{\sqrt[4]{x}} \right);$

ii) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2^x}{x^3 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin x}{|x| - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin x}{|x| - 1};$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x^2} + \frac{3x}{x^2 + 1} \right); \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x - 3}{1 - x^4}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x} + \cos^3 x).$

4) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n \cos n}{n^2}; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan n^3}{n+1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + \arctan x); \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cos \frac{1}{x^2}.$$

5) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + x}); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 2x + 3x});$

ii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right); \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right);$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x + 3}{\sqrt{x} + x - 2x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{x-2} - \frac{x^3}{x^2-4} \right);$

iv) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + \sin x}{2 - x^k}$ per $k \in \{1, 2, 3\}; \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+x^2}{\sqrt{x+1}-1};$

v) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{5-x}}{x-2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})}.$