Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2015-2016 - Foglio di esercizi 0 - *"per famigliarizzare con il linguaggio"*

1) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ due proposizioni. Provate che le proposizioni

   a) "[non$\mathcal{B}$ e $(\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B})] \Longrightarrow$ non$\mathcal{A}$" (modus tollens)

   b) "non[$\mathcal{A}$ e non$\mathcal{A}$]"

   sono tautologie.

2) Scrivete in matematichese le seguenti proposizioni. Poi scrivete la negazione di queste (in modo che la negazione compaia il più internamente possibile) e in italiano corrente:
   a) "Il corso di Analisi Matematica 1 viene svolto al primo anno del CdL in Informatica e la frequenza del corso è fortemente consigliata".
   b) "Se la studentessa Anna Bianchi studia con grande impegno, supera l'esame di Analisi Matematica 1".
   c) "Durante il primo semestre tutti gli studenti del CdL in Informatica frequentano almeno un corso previsto dal Manifesto degli Studi".
   d) "C'è almeno un corso del CdL in Informatica frequentato da tutti gli studenti".

3) Interpretate (usando l'italiano corrente) i seguenti enunciati.
   i) Sia $\mathcal{Q}(x)$ il predicato definito da $\mathcal{Q}(x) =$ "Nel 2014 il corso x del CdL in Informatica stato frequentato da 250 studenti".
   "$\exists x : \mathcal{Q}(x)$" ; "$\forall x, \mathcal{Q}(x)$" ; "$\mathcal{Q}$(Analisi Matematica 1)".

   ii) Sia $\mathcal{P}(x, y)$ il predicato definito da $\mathcal{P}(x, y) =$ "La rivista scientifica y si trova nella biblioteca del dipartimento x dell'Università di Trento".
   "$\exists y : \forall x, \mathcal{P}(x, y)$" ; "$\forall x, \exists y : \mathcal{P}(x, y)$" ; "$\exists y : \mathcal{P}(\text{Matematica}, y)$" .
   Dite se i primi due enunciati sono equivalenti.

   iii) Sia $\mathcal{A}(x, y, z)$ il predicato definito da $\mathcal{A}(x, y, z) =$ "La palestra x nella città italiana y è chiusa il giorno z".
   "$\exists y : \forall x, \exists z : \text{non}\mathcal{A}(x, y, z)$"; "$\exists z : \forall x, y, \mathcal{A}(x, y, z)$"; "$\forall y, \exists x : \mathcal{A}(x, y, \text{lunedì})$".

4) Dite quali delle seguenti proposizioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta, provando, per esempio, che la negazione è una proposizione vera o falsa):
   a) $\forall x \in \mathbf{Z}, \exists y \in \mathbf{N} : \ x - y \le 0$; b) $\forall x \in \mathbf{N}, \exists y \in \mathbf{Z} : \ 4x + 2y = 0$;
   c) $\forall x \in \mathbf{N}, \exists y \in \mathbf{Z} : \ 2x - 4y = 0$; d) $\forall x, y \in \mathbf{R}, [(x \neq y) \Longrightarrow (x^2 \neq y^2)]$;
   e) $\exists x \in \mathbf{Q} : \forall y \in \mathbf{R}, (2x + 1)y = 0$; f) $\forall x \in \mathbf{Z}, \exists y \in \mathbf{N} : \ (y + 1)x \ge 0$.

5) Siano dati gli insiemi $A = [-2, 5[\,, B =]-\infty, -1[\cup]2, +\infty[$ e $C = \{-1, 2\}$.
   a) Rappresentate graficamente gli insiemi A , B e C sulla retta reale.
   b) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (scritture scorrette sono da considerarsi affermazioni false):
   $-1 \in B$; $\{-1\} \subseteq C$; $A \cap C = C$; $4 \subset A$; $]2, 5[\subset A$; $C \subseteq \mathbf{R} \backslash B$; $C \backslash A \neq \emptyset$.

6) a) Determinate e rappresentate graficamente sulla retta reale gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbf{R} : -x^2 \geq 3x\}\,, \quad B = \{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{x^2} < 1\}\,, \quad C = \{x \in \mathbf{R} : (x^2-9)(x^2+2) = 0\}\,.$$

b) Determinate $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ e $\mathbf{R} \setminus B$. Gli insiemi A e B sono disgiunti?

c) Dite se A e B sono degli intervalli.

d) Dite se sono vere o false le seguenti affermazioni (motivando le risposte):

$[-1,0] \in \mathcal{P}(A)$; $\{-2,2\} \subseteq B$; $C = [-3,3]$; $A \cap C = \{-3\}$;

$B \subseteq \mathcal{P}(B)$; $C \in \mathcal{P}(B)$.

e) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano gli insiemi $\{-1\} \times C$; $C \times A$ e $B \times A$.

7) i) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbf{R} : \frac{4x + x^2}{x-1} \geq x\}\,; \qquad B = \{x \in \mathbf{R} : \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2} > 0\}\,;$$

$$C = \{x \in \mathbf{R} : |(x^2-4)(x^2-1)| \leq 0\}\,; \qquad D = \{x \in \mathbf{R} : \frac{x^2 + 5x}{x-1} \leq 1 - x\}\,;$$

$$E = \{x \in \mathbf{R} : -x^2 + x \leq x\}\,; \qquad F = \{x \in \mathbf{R} : \frac{|x| - 1}{x^2 + 2x - 3} \geq 0\}\,.$$

ii) Dite se A, B, C e D sono insiemi limitati (inferiormente, superiormente). Individuate, se esistono, eventuali maggioranti/minoranti. Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di tali insiemi.