

Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione
 CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e
 Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa
 a.a. 2015-2016 - Foglio di esercizi 1

- 1) Dite se i seguenti insiemi sono limitati inferiormente/superiormente, limitati. In caso affermativo, determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore. Dite se sono massimo e/o minimo, rispettivamente.
 - i) $A = \{x_n = \frac{n^2 + 3n + 2}{n^2}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - ii) $A = \{x_n = \frac{3n - 2}{n}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - iii) $A = \{x_n = n^2 - 2n - 3, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - iv) $A = \{x_n = (-1)^n \frac{3n - 1}{n}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - v) $A = \{x_n = (-1)^n \frac{3n + 1}{n}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - vi) $A = \{x \in \mathbf{R} : -6x^2 - |x| + 1 > 0\}$;
 - vii) $A = \{x_n = (1 - \cos n\pi)n + \frac{1}{n}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - viii) $A = \{x_n = \cos \frac{n\pi}{6}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1\}$;
 - ix) $A = \{|x| : x^2 < -2x + 3\}$;
 - x) $A = \{x : |x - 1| \leq ||x - 1| - 2|\}$.
- 2) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ soddisfacenti
 - a) $y = x^2 + 1$; $y = (x - 1)^2$; $y = -x^2$; $y = (x + 1)^2 - 1$; $y = x^2 + 2x - 3$.
 - b) $y = x^3 - 1$; $y = -x^3$; $y = -(x + 1)^3 + 1$.
 - c) $y = \sqrt[4]{x + 1}$ per $x \geq -1$; $y = -\sqrt{x} - 1$ per $x \geq 0$.
 - d) $y = \sqrt[3]{x} - 1$; $y = -\sqrt[3]{x + 1} - 1$.
 - e) $y = 2^x - 1$; $y = -2^{x-1}$; $y = e^{|x|} + 1$.
 - f) $y = 1 - \log x$ per $x > 0$; $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 1$; $y = \log_2(x + 1)$ per $x > -1$.
- 3) Scrivete in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

$$(5 - 2i)(3 - i); \quad \frac{2 + 4i}{3}; \quad \frac{2}{3 - i}; \quad \frac{1 + 2i}{i - 2}.$$

4) Determinate i numeri complessi tali che

$$\frac{1}{\bar{z}} = 1 + i; \quad \frac{Rez}{z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i; \quad Rez + Imz = 2.$$

5) Determinate le soluzioni delle seguenti equazioni:

$$\bar{z}(Imz + Rez) = z; \quad \frac{z}{1+i} + \bar{z} = i+1; \quad |z|\bar{z} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i.$$

6) Determinate le soluzioni delle seguenti equazioni:

$$z(\bar{z} + Rez) = 3 + i; \quad \frac{8}{z|z|} = \sqrt{3} + i; \quad 2z^2 + \bar{z} = -1.$$

7) Rappresentate nel piano complesso l'insieme dei numeri complessi soddisfacenti i seguenti sistemi:

$$\text{i)} \begin{cases} |z + 2i| > |z + 4 - 2i| \\ |z + 2| < 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \begin{cases} |z + 2i| = |z + 4 - 2i| \\ |z + 2| = 1. \end{cases}$$

8) Rappresentate nel piano complesso l'insieme dei numeri complessi soddisfacenti i seguenti sistemi:

$$\text{i)} \begin{cases} Rez + 2Imz \geq 1 \\ |z + i - 3| < 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \begin{cases} |Imz| \leq 2 \\ |z| = |z - 1|. \end{cases}$$

9) Determinate e rappresentate nel piano complesso le seguenti potenze:

$$(1+i)^5; \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)^4; \quad \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^9.$$

10) i) Determinate e rappresentate nel piano complesso

- a) le radici cubiche di $w = 2(i-1)$
- b) le radici quarte di z , quando $\bar{z} = 1+i$;

ii) Rappresentate nel piano complesso le radici quarte di $w = i+20$.