

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $|x^2 - 3| > 6$.

Risposta:

a2) Determinate la parte reale $Re z$ del numero complesso $z = \frac{2}{1-i}$.

Risposta:

a3) Dite se l'argomento di $z = -4 + i$ appartiene all'intervallo $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ oppure all'intervallo $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$.

Risposta:

a4) Siano $A =]-\infty, -1]$ e $B =]-4, 3[$, determinate $\inf(A \cap B)$ e $\sup(A \cap B)$.

Risposta:

- a5) Sia $f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

-
- a6) Sia $f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Dite se f è iniettiva (motivando la risposta).

Risposta:

-
- a7) Trovate l'espressione della funzione inversa $f^{-1}(x)$ della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 4x + 1$.

Risposta:

-
- a8) Dite se la successione $a_n = \frac{n+2}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ è monotona, e in caso affermativo, dite di che tipo di monotonia si tratta.

Risposta:

-
- a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = |x| - 1$ e $g(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } x \leq 0 \\ x+2 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

-
- a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3^x}{-3^x + 2^{-x}}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$\frac{\bar{w}}{1-i} + 3w = 3 - 2i.$$

ii) Determinate in \mathbb{C} le soluzioni dell'equazione

$$z^4 = w$$

con w soluzione dell'equazione in i).

b2) Dite se il seguente insieme è limitato. In caso affermativo, determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore (motivando la risposta). Dite se sono massimo e/o minimo, rispettivamente.

$$A = \left\{ x_n = \arcsin\left(-1 + \frac{5}{n+3}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 0 \right\}.$$

b3) i) Dite per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - 1 & \text{se } x \leq -2 \\ x & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ 2\sqrt[3]{x+1} & \text{se } 0 < x \leq 0 \\ \arctan x + a & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

risulta continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate l'insieme dei maggioranti (risp. dei minoranti) di f .

b) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono massimo e minimo, rispettivamente?

b4) Determinate tutti i valori $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$ per i quali esiste finito

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{x^\alpha}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

ii) Dite se la seguente relazione è vera o falsa: $\cos x - 1 = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

b6) Scrivete l'enunciato del *principio di induzione*.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $|x^2 - 1| \leq 1$.

Risposta:

a2) Esprimete in forma algebrica il numero complesso $z = \frac{4}{i-1}$.

Risposta:

a3) Dite se l'argomento di $z = 1 - 4i$ appartiene all'intervallo $\left] \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \right[$ oppure all'intervallo $\left] \frac{7\pi}{4}, 2\pi \right[$.

Risposta:

a4) Siano $A =] -4, 5]$ e $B =] -2, 6[$, determinate $\inf(A \setminus B)$ e $\sup(A \setminus B)$.

Risposta:

a5) Sia $f :]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x < -1 \\ -x^2 & \text{se } x \in [-1, 1]. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a6) Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arccos x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Dite se f è iniettiva (motivando la risposta).

Risposta:

a7) Trovate l'espressione della funzione inversa $f^{-1}(x)$ della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = -3x + 1$.

Risposta:

a8) Dite se la successione $a_n = \frac{n^2 - 1}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ è monotona, e in caso affermativo, dite di che tipo di monotonia si tratta.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = -|x| + 1$ e $g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 0 \\ 2x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - 3x^2}{x + 2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$\frac{\bar{w}}{1+i} + 2w = 2 + i.$$

ii) Determinate in \mathbb{C} le soluzioni dell'equazione

$$z^3 = w$$

con w soluzione dell'equazione in i).

b2) Dite se il seguente insieme è limitato. In caso affermativo, determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore (motivando la risposta). Dite se sono massimo e/o minimo, rispettivamente.

$$A = \left\{ x_n = \arctan\left(-n + \frac{1}{n}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

b3) i) Dite per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x+1) + a & \text{se } x < -1 \\ |x| - 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 2 \\ \sin(x-2) & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

risulta continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate l'insieme dei maggioranti (risp. dei minoranti) di f .

b) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono massimo e minimo, rispettivamente?

b4) Determinate tutti i valori $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$ per i quali esiste finito

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sqrt[3]{x})^{\frac{1}{x^\alpha}}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(\sqrt{x})$ per $x \rightarrow 0^+$.

ii) Dite se la seguente relazione è vera o falsa: $e^x - 1 = o(\sqrt{x})$ per $x \rightarrow 0^+$.

b6) Scrivete l'enunciato del *teorema di esistenza delle radici n-esime di un numero complesso*.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

- a1) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $|x^2 - 1| \geq 3$.

Risposta:

- a2) Determinate la parte immaginaria Imz del seguente numero complesso $z = \frac{3}{2+i}$.

Risposta:

- a3) Dite se l'argomento di $z = -5 - i$ appartiene all'intervallo $]\pi, \frac{5\pi}{4}[$ oppure all'intervallo $]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, [$.

Risposta:

- a4) Siano $A = [-1, +\infty[$ e $B = [-5, 3[,$ determinate $\inf(A \cap B)$ e $\sup(A \cap B)$.

Risposta:

- a5) Sia $f : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \in [-2, 1] \\ \frac{1}{x} & \text{se } x > 1. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

-
- a6) Sia $f :]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < 0 \\ \arcsin x & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Dite se f è iniettiva (motivando la risposta).

Risposta:

-
- a7) Trovate l'espressione della funzione inversa $f^{-1}(x)$ della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2x - 1$.

Risposta:

-
- a8) Dite se la successione $a_n = \frac{n-2}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ è monotona, e in caso affermativo, dite di che tipo di monotonia si tratta.

Risposta:

-
- a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \begin{cases} x+4 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

-
- a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x^2}{3x^2 + 2^x}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$\frac{w}{1-i} + 2\bar{w} = i - 2.$$

ii) Determinate in \mathbb{C} le soluzioni dell'equazione

$$z^4 = w$$

con w soluzione dell'equazione in i).

b2) Dite se il seguente insieme è limitato. In caso affermativo, determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore (motivando la risposta). Dite se sono massimo e/o minimo, rispettivamente.

$$A = \left\{ x_n = \arcsin\left(1 - \frac{1}{n+3}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 0 \right\}.$$

b3) i) Dite per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x+2) & \text{se } x < -2 \\ -|x| + 2 & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ \arctan(x-1) + a & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

risulta continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate l'insieme dei maggioranti (risp. dei minoranti) di f .

b) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono massimo e minimo, rispettivamente?

b4) Determinate tutti i valori $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$ per i quali esiste finito

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^{n^\alpha}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

ii) Dite se la seguente relazione è vera o falsa: $\log(1+x^2) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

b6) Scrivete l'enunciato del *teorema del confronto (dei due carabinieri)*.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

-
- a1) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $|x^2 - 2| < 2$.

Risposta:

-
- a2) Esprimete in forma algebrica il seguente numero complesso $z = -\frac{1}{i+2}$.

Risposta:

-
- a3) Dite se l'argomento di $z = -1 + 5i$ appartiene all'intervallo $\left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right[$ oppure all'intervallo $\left] \frac{3\pi}{4}, \pi \right[$.

Risposta:

-
- a4) Siano $A = [4, 8[$ e $B =]6, +\infty[$, determinate $\inf(B \setminus A)$ e $\sup(B \setminus A)$.

Risposta:

a5) Sia $f :]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x < -1 \\ \sqrt[3]{x} & \text{se } x \in [-1, 1]. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a6) Sia $f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Dite se f è iniettiva (motivando la risposta).

Risposta:

a7) Trovate l'espressione della funzione inversa $f^{-1}(x)$ della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = -4x + 3$.

Risposta:

a8) Dite se la successione $a_n = \frac{2n+1}{n^2}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ è monotona, e in caso affermativo, dite di che tipo di monotonia si tratta.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = -x^2 + 1$ e $g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 0 \\ 3x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^2 + 2^x}{3^x + x^2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$\frac{w}{1+i} + 3\bar{w} = -3 - 2i.$$

ii) Determinate in \mathbb{C} le soluzioni dell'equazione

$$z^3 = w$$

con w soluzione dell'equazione in i).

b2) Dite se il seguente insieme è limitato. In caso affermativo, determinate l'estremo superiore e l'estremo inferiore (motivando la risposta). Dite se sono massimo e/o minimo, rispettivamente.

$$A = \left\{ x_n = \arctan\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

b3) i) Dite per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + \frac{3}{2} & \text{se } x < -1 \\ -2x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{x} + a & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

risulta continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate l'insieme dei maggioranti (risp. dei minoranti) di f .

b) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono massimo e minimo, rispettivamente?

b4) Determinate tutti i valori $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$ per i quali esiste finito

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right)^{n^\alpha}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(\sqrt{x})$ per $x \rightarrow 0^+$.

ii) Dite se la seguente relazione è vera o falsa: $\sin x = o(\sqrt{x})$ per $x \rightarrow 0^+$.

b6) Scrivete l'enunciato del *teorema di esistenza della radice n-esima di un numero reale non negativo*.