

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 19 DICEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) di $f(x) = (e^{2x} + \log(1+x)) \sin x$.

Risposta:

a2) Dite per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ risulta continua e derivabile in tutto \mathbb{R} la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \beta(x+1) & \text{se } x < 0 \\ 2\alpha x + 3 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Risposta:

a3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x - \cos x$. Determinate $(f^{-1})'(\pi + 1)$.

Risposta:

a4) Determinate il dominio di $f(x) = xe^{\frac{1}{1-|x|}}$.

Risposta:

a5) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 0$, della funzione $f(x) = \sin 2x - \log(1 + x)$.

Risposta:

a6) Calcolate il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - \cos x^2}{3x}$.

Risposta:

a7) Dite per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ risulta convergente la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{n^{2\beta+3}}$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di $F(x) = \int_0^x (2 + t^2)e^{t^2} dt$ nel punto di coordinata $x_0 = 0$.

Risposta:

a9) Determinate $\int (e^{2x} - \frac{1}{x+2}) dx$.

Risposta:

a10) Dite per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è convergente l'integrale $\int_1^4 \frac{2 + \sin x}{(x-1)^{2\alpha}} dx$.

Risposta:

- b1) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità/punti di non derivabilità, punti critici e loro natura) della funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 - x|}{x^2 + 1}.$$

Tracciate un grafico qualitativo della funzione f .

- ii) (facoltativo) Studiate poi brevemente (sfruttando il punto i)) la funzione $g(x) = \log(f(x))$ e tracciatene un grafico qualitativo.

- b2) Determinate il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2 + \log(1 + x^4 - x^2) - \arctan x^3}{x^4}.$$

- b3) Determinate l'insieme di convergenza della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{-2} 3^n}{\pi^n} (x^2 - 1)^n$.

- b4) Sia $f(x) = xe^x + \frac{1}{2x+4}$.

i) Determinate la primitiva F di f su $] -2, +\infty[$ passante per l'origine.

ii) Calcolate $\int_0^2 f(x) dx$.

- b5) Determinate per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{x^3 + 1 - |x^3 - 1|}{x^\alpha \arctan x} dx$.

- b6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$. f si dice *derivabile in* x_0 se ...

ii) Scrivete l'enunciato e la dimostrazione del *Teorema di Rolle*.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2015-2016 — TRENTO, 19 DICEMBRE 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

- a1) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) di $f(x) = (\cos x + \arctan x) \log(1 + 3x)$.

Risposta:

- a2) Dite per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ risulta continua e derivabile in tutto \mathbb{R} la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2\alpha x + 3 & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - \beta(x + 2) & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Risposta:

- a3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x - \sin x$. Determinate $(f^{-1})'(\frac{\pi}{2} - 1)$.

Risposta:

- a4) Determinate il dominio della funzione $f(x) = x \log(1 - |x|)$.

Risposta:

a5) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 0$, della funzione $f(x) = \sin 3x - e^x$.

Risposta:

a6) Calcolate il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + 3x) - xe^x}{2x}$.

Risposta:

a7) Dite per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ risulta convergente la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\pi}{n^{4\alpha+2}}$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di $F(x) = \int_0^x (3 - t^2)e^{t^2} dt$ nel punto di coordinata $x_0 = 0$.

Risposta:

a9) Determinate $\int (\cos(x+1) - \frac{2x}{1+x^2}) dx$.

Risposta:

a10) Dite per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è convergente l'integrale $\int_2^6 \frac{2 + \cos x}{(x-2)^{3\alpha}} dx$.

Risposta:

- b1) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità/punti di non derivabilità, punti critici e loro natura) della funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 + x|}{x^2 + 1}.$$

Tracciate un grafico qualitativo della funzione f .

- ii) (facoltativo) Studiate poi brevemente (sfruttando il punto i)) la funzione $g(x) = \log(f(x))$ e tracciatene un grafico qualitativo.

- b2) Determinate il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2 - 2 \log(1 + \frac{x^2}{2} - x^4) - \sin x^3}{x^4}.$$

- b3) Determinate l'insieme di convergenza della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{-1} 2^n}{e^n} (x^3 - 1)^n$.

- b4) Sia $f(x) = x \sin x + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

i) Determinate la primitiva F di f su $] -1, +\infty[$ passante per l'origine.

ii) Calcolate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

- b5) Determinate per quali $\beta \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{|x^2 - 1| - x^2 - 1}{x^\beta \arctan \sqrt{x}} dx$.

- b6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$. f si dice *continua in x_0* se ...

ii) Scrivete l'enunciato e la dimostrazione del *Teorema della media integrale*.