Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2016-17 - PIAZZA4 - *"de l'Hopital e Taylor: limiti e altro - Serie numeriche - Serie di potenze"*

4.1) Calcolate i seguenti limiti usando il teorema di de l'Hopital:

i) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} \frac{\log(x-2)}{e^{\frac{1}{x-2}}}$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x\log(-\log x)$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^3 \log x$, $\displaystyle\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \frac{1-\sin x}{\cos x + (x-\frac{\pi}{2})}$;

ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^2 e^{\frac{1}{x}}$, $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x-4}{(x-2)^3}$, $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3-3x^2+2}{x^2-1}$.

4.2) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 5, centrato in $x=0$, della funzione $f(x) = \log(1+2x)\cos x$.

4.3) Determinate l'ordine di infinitesimo e la parte principale rispetto all'infinitesimo campione x, per $x\to 0^+$, delle seguenti funzioni:

i) $(x^2-2x^3)\sin 3x + 3(\cos x - e^x)^3$;

ii) $2\log(\cos x) + \sin^2 x$.

4.4) Calcolate i seguenti limiti usando gli sviluppi di Taylor:

i) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{3x}-(1+x)^3}{\sin x^2}$, ii) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - \cos\frac{1}{x}}{\log(1+\frac{1}{x^2})}$;

iii) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(\sqrt{1+x}-1)\sin^2 x}{(2+x)^3\log^2(1+\sqrt{x^3})}$, iv) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{(x^2+1)^2\sin(x-1)}{\sqrt{x}\log x}$.

4.5) Determinate gli $\alpha\in\mathbf{R}$ tali che le seguenti serie risultino convergenti:

i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\alpha^2+2}{\alpha^4+2}\right)^n$, ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\cos\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{1-\frac{1}{n}}\right) n^\alpha$, iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{\alpha+1}}{\arctan\frac{1}{\sqrt{n}} + \sin\frac{1}{n}}$.

4.6) Discutete la convergenza delle seguenti serie:

i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} n\left(\frac{3}{4}\right)^n$, ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log 3)^n}{n^2+|\sin n|}$, iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n^2+|\sin n|}$.

4.7) Studiate la convergenza (semplice) e la convergenza assoluta delle seguenti serie:

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}+\log n^2}$, ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\cos n}{3n^2+4\sqrt{n}}$.

4.8) Determinate l'insieme di convergenza delle seguenti serie di potenze:

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(\sqrt{n}+2)3^n}$, ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{n^2}}{n\sqrt{n}} x^n$, iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n+2} \cdot \frac{(x-1)^n}{2^n}$.

4.9) Determinate l'insieme di convergenza delle seguenti serie:

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1-x^2)^n}{n}$, ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2x-1)^n}{n^\beta(3^n+1)}$ al variare di $\beta \in \{1,2\}$.