

6.1) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy (mediante integrazione diretta):

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y'(x) = \sin x + e^x \\ y(0) = 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} y'(x) = \arctan x + x^2 \sin x \\ y(0) = -2. \end{cases}$$

6.2) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy (relativi a equazioni differenziali a variabili separabili):

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y'(x) = -2y(x) \\ y(1) = 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} y'(x) + y^2(x) \cos x = 0 \\ y(\pi) = \frac{1}{2}; \end{cases} \quad \text{iii)} \quad \begin{cases} y'(x)y(x) = 1 + y^2(x) \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

6.3) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y'(x) = y(x) + \sin x; \\ \text{ii)} \quad & y'(x) - 4x^3y(x) + x^3 = 0; \\ \text{iii)} \quad & y'(x) = 3y(x) - e^{-x}; \\ \text{iv)} \quad & y'(x) + y(x) = 1 - x^2. \end{aligned}$$

6.4) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy (relativi a equazioni differenziali lineari del primo ordine):

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y'(x) = y(x) + \sin x \\ y(0) = 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} y'(x) - 4x^3y(x) + x^3 = 0 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

6.5) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine (a coefficienti costanti ed omogenee):

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y''(x) - 2y(x) = 0; \\ \text{ii)} \quad & y''(x) + 4y'(x) = 0; \\ \text{iii)} \quad & y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0; \\ \text{iv)} \quad & y''(x) + 3y(x) = 0; \\ \text{v)} \quad & y''(x) + y'(x) + y(x) = 0. \end{aligned}$$

6.6) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine (a coefficienti costanti e completi):

- i) $y''(x) + y(x) = e^x$;
- ii) $y''(x) + y(x) = 3 \sin x$;
- iii) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = x^2 + 1$;
- iv) $y''(x) - 2y'(x) = x^2 + 1$;
- v) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 2e^{3x}$;
- vi) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 4e^{2x}$.

6.7) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy (relativi a equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti e completi):

$$\text{i) } \begin{cases} y''(x) + y(x) = e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \qquad \text{ii) } \begin{cases} y''(x) + y(x) = 3 \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} .$$