COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA ⌴⌴⌴⌴⌴⌴

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 10 LUGLIO 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro nel foglio del testo.
Non usate il colore rosso.

---

a1) Determinate l'insieme dei punti di accumulazione dell'insieme $A =]-3,1] \cup \{2\}$.

Risposta:

---

a2) Determinate il numero delle soluzioni distinte in $\mathbb{C}$ dell'equazione $z^6 + 1 = 0$.

Risposta:

---

a3) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = |\sin x| + 2$. Determinate l'immagine di f.

Risposta:

---

a4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = -x|x|$. Dite se f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente, in un intorno di $x = 0$, la funzione $f(x) = e^{-x^4+x^2}$.

Risposta:

a6) Calcolate il limite $\displaystyle\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

Risposta:

a7) Determinate il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 1$, della funzione $f(x) = x^2 \log x$.

Risposta:

a8) Determinate il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$.

Risposta:

a9) Calcolate $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \frac{xe^x+1}{x}\, dx$.

Risposta:

a10) Determinate la costante $c \in \mathbb{R}$ tale che $y(x) = 2e^{-x} - x + c$ risulti una soluzione dell'equazione differenziale $y' + y = 1 - x$.

Risposta:

b1) i) Verificate che il seguente insieme

$$A = \{x_n = \arcsin(\frac{n}{n+1}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$$

è limitato.

ii) Determinate l'estremo inferiore e l'estremo superiore. Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

---

b2) Determinate gli z in $\mathbb{C}$ soluzioni dell'equazione

$$z^2 - \overline{z}\,\overline{w} - 3Re z = 0\,,$$

dove $w = \overline{z} + 1$.

---

b3) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione

$$f(x) = xe^{(x+1)|x-2|}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Determinate l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x_0 = 0$.

---

b4) i) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ a & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 0$. Tale f risulta anche derivabile in $x = 0$?

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\displaystyle\int_0^{x^3} f(t)\,dt}{\sin x - x}$.

iii) Dite se $\displaystyle\int_0^{+\infty} f^2(x)\,dx$ è convergente.

---

b5) Determinate i valori di $\alpha > 0$ tali che la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|\log \alpha|^n}{n^{\frac{3}{2}}}$ risulti convergente.

---

b6) i) La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente se ...

ii) Provate che la funzione composta di due funzioni crescenti è una funzione crescente.

COGNOME ______ NOME ______ MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	NON SCRIVERE QUI 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6	B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 10 LUGLIO 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro nel foglio del testo.
Non usate il colore rosso.

a1) Determinate l'insieme dei punti di accumulazione dell'insieme $A =]-3,1[\cup]1,4[$.

Risposta:

a2) Determinate il numero delle soluzioni distinte in $\mathbb{C}$ dell'equazione $z^4 - 1 = 0$.

Risposta:

a3) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = -|\sin x| - 1$. Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|x|$. Dite se f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente, in un intorno di $x = 0$, la funzione $f(x) = e^{x^4 - x^2}$.

Risposta:

a6) Calcolate il limite $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

Risposta:

a7) Determinate il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 1$, della funzione $f(x) = x^3 \log x$.

Risposta:

a8) Determinate il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3})$.

Risposta:

a9) Calcolate $\displaystyle\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{x\cos x + 1}{x}\, dx$.

Risposta:

a10) Determinate la costante $c \in \mathbb{R}$ tale che $y(x) = 2e^{-x} + x + c$ risulti una soluzione dell'equazione differenziale $y' + y = 3 + x$.

Risposta:

b1) i) Verificate che il seguente insieme

$$A = \{x_n = \arccos(\frac{n}{n+1}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$$

è limitato.

ii) Determinate l'estremo inferiore e l'estremo superiore. Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

---

b2) Determinate gli z in $\mathbb{C}$ soluzioni dell'equazione

$$\overline{z}^2 + zw - (Imz)^2 = 0\,,$$

dove $\overline{w} = z + 1$.

---

b3) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione

$$f(x) = xe^{(x+2)|x-1|}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Determinate l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x_0 = 0$.

---

b4) i) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - 1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ a & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 0$. Tale f risulta anche derivabile in $x = 0$?

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_0^{x^2} f(t)\, dt}{e^x - 1 - x}$.

iii) Dite se $\displaystyle\int_0^{+\infty} |f(x)|\, dx$ è convergente.

---

b5) Determinate i valori di $\alpha > 0$ tali che la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|\log(2\alpha)|^n}{n^{\frac{3}{2}}}$ risulti convergente.

---

b6) i) La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è divergente positivamente se ...

ii) Provate che la funzione composta di due funzioni crescenti è una funzione crescente.
