

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 4 NOVEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2x\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $z = 3 + i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso $\frac{1}{\bar{z} + 1}$.

Risposta:

a3) Dite se l'argomento di $z = -1 - 6i$ appartiene all'intervallo $]\pi, \frac{5\pi}{4}[$ oppure all'intervallo $]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}[$.

Risposta:

a4) Determinate il tipo di monotonia della successione $a_n = \log_2(1 - \frac{1}{n})$ con $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 1} < 2\}$. Determinate $\inf(A \cap [0, +\infty[)$ e $\sup(A \cap [0, +\infty[)$.

Risposta:

a6) Sia $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 + \log_2 x & \text{se } 1 < x \leq 2. \end{cases}$
Determinare l'immagine di f .

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Determinare il più grande intervallo \mathcal{I} contenuto in $[0, +\infty[$ tale che la restrizione $f|_{\mathcal{I}}$ risulti iniettiva.

Risposta:

a8) Discutendo graficamente l'equazione $1 - |x| = \arctan x$, determinare il numero delle soluzioni e il loro segno.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = 2^x - 2$ e $g(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$
Determinare l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolare $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2}{|x| - 2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$|z + 1| + |z|^3 i = |z - i| + 8i.$$

ii) Rappresentate nel piano di Gauss le soluzioni z dell'equazione in i) . Scrivetele poi in forma trigonometrica e calcolate z^5 .

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

b3) i) Verificate che esiste un $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -|\sin x| & \text{se } x < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{4}{\pi}x + a & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ 1 + \arctan x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono minimo e massimo, rispettivamente?

b) determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f ;

c) rappresentate graficamente la funzione $f(x - \frac{\pi}{2}) + 1$.

d) Sia $A = [-\frac{\pi}{2}, +\infty[$. Considerate la funzione restrizione $f|_A : A \rightarrow f(A)$. Rappresentate graficamente la sua funzione inversa.

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n\alpha} \arctan n}{(2^{3n} - 1)n}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(1)$ per $x \rightarrow x_0$.

ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dite (motivando la risposta) se la seguente implicazione è vera o falsa:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5 \Rightarrow \exists \delta > 0 : \forall x \in]-\delta, \delta[\text{ si ha } f(x) > 4.$$

b6) Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato superiormente. Scrivete la caratterizzazione di $\lambda = \sup A$.

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>							<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <div style="float: right; text-align: center; margin-top: 10px;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 100px; height: 60px; vertical-align: middle; font-size: 2em;">B</td> </tr> </table> </div>							B
B														

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
 CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 4 NOVEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 2\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2x\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \cap B$.

Risposta: _____

a2) Sia $z = 1 + 3i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso $\frac{1}{\bar{z} + 1}$.

Risposta: _____

a3) Dite se l'argomento di $z = -6 + i$ appartiene all'intervallo $] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} [$ oppure all'intervallo $] \frac{3\pi}{4}, \pi [$.

Risposta: _____

a4) Determinate il tipo di monotonia della successione $a_n = \arcsin(1 - \frac{1}{n})$ con $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Risposta: _____

a5) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 1} < 1\}$. Determinate $\inf(A \cap]-\infty, 0])$ e $\sup(A \cap]-\infty, 0])$.

Risposta:

a6) Sia $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ x^3 - 1 & \text{se } 0 < x \leq 1. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2 + 2x - 2$. Determinate il più grande intervallo \mathcal{I} contenuto in $] -\infty, 0]$ tale che la restrizione $f|_{\mathcal{I}}$ risulti iniettiva.

Risposta:

a8) Discutendo graficamente l'equazione $|x - 1| = \sqrt[3]{x}$, determinate il numero delle soluzioni e il loro segno.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < 0 \\ -2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$
Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{x^2 - 4}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$|z|^3 + |z - 1|i = 8 + |z - i|i.$$

ii) Rappresentate nel piano di Gauss le soluzioni z dell'equazione in i) . Scrivetele poi in forma trigonometrica e calcolate z^6 .

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=0}^n (2k+1) = (n+1)^2$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) i) Verificate che esiste un $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -|\cos x| & \text{se } x < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{4}{\pi}x + a & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ 2^{x+1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

risulti continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono minimo e massimo, rispettivamente?

b) determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f ;

c) rappresentate graficamente la funzione $2f(x) - 1$.

d) Sia $A = [-\frac{\pi}{2}, +\infty[$. Considerate la funzione restrizione $f|_A : A \rightarrow f(A)$. Rappresentate graficamente la sua funzione inversa.

b4) Determinate, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n\beta}(2 + \sin n)}{(3^{2n} + 1) \log n}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow 0$.

ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dite (motivando la risposta) se la seguente implicazione è vera o falsa:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \Rightarrow \exists \delta > 0 : \forall x \in]-\delta, \delta[\text{ si ha } f(x) > 1000.$$

b6) Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato inferiormente. Scrivete la caratterizzazione di $\lambda = \inf A$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 4 NOVEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2x\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $z = 3 - i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso $\frac{1}{\bar{z} - 1}$.

Risposta:

a3) Dite se l'argomento di $z = 1 + 6i$ appartiene all'intervallo $]0, \frac{\pi}{4}[$ oppure all'intervallo $]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[$.

Risposta:

a4) Determinate il tipo di monotonia della successione $a_n = \arccos(\frac{1}{2} + \frac{1}{n})$ con $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x|} - 1 < 3\}$. Determinate $\inf(A \cap [0, +\infty[)$ e $\sup(A \cap [0, +\infty[)$.

Risposta:

a6) Sia $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 + \log_3 x & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$
Determinare l'immagine di f .

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2 - 6x + 4$. Determinare il più grande intervallo \mathcal{I} contenuto in $[0, +\infty[$ tale che la restrizione $f|_{\mathcal{I}}$ risulti iniettiva.

Risposta:

a8) Discutendo graficamente l'equazione $|x| - 1 = \arctan x$, determinare il numero delle soluzioni e il loro segno.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^3 - 1$ e $g(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } x \leq 0 \\ -1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$
Determinare l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolare $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2}{x^2 - 4}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$|z - 1| + |z|^2 i = |z + i| + 9i.$$

ii) Rappresentate nel piano di Gauss le soluzioni z dell'equazione in i) . Scrivetele poi in forma trigonometrica e calcolate z^5 .

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=2}^n \frac{1}{(k-1)k} = 1 - \frac{1}{n}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

b3) i) Verificate che esiste un $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| & \text{se } x < -\frac{\pi}{2} \\ e^{\frac{2}{\pi}x+a} & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ 2x + e & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono minimo e massimo, rispettivamente?

b) determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f ;

c) rappresentate graficamente la funzione $f(x - \pi) - 1$.

d) Sia $A = [-\frac{\pi}{2}, +\infty[$. Considerate la funzione restrizione $f|_A : A \rightarrow f(A)$. Rappresentate graficamente la sua funzione inversa.

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n \arctan n}{(2^{n\alpha} + 1)n}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(1)$ per $x \rightarrow x_0$.

ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dite (motivando la risposta) se la seguente implicazione è vera o falsa:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3 \Rightarrow \exists \delta > 0 : \forall x \in]-\delta, \delta[\text{ si ha } f(x) < 4.$$

b6) Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato superiormente. Scrivete la caratterizzazione di $\lambda = \sup A$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2016-2017 — TRENTO, 4 NOVEMBRE 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 2\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2x\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $z = 1 - 3i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso $\frac{1}{\bar{z} + 2}$.

Risposta:

a3) Dite se l'argomento di $z = 6 - i$ appartiene all'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}[$ oppure all'intervallo $] -\frac{\pi}{4}, 0[$.

Risposta:

a4) Determinate il tipo di monotonia della successione $a_n = \arctan(1 + \frac{1}{n})$ con $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x|} - 1 < 2\}$. Determinate $\inf(A \cap]-\infty, 0])$ e $\sup(A \cap]-\infty, 0])$.

Risposta:

a6) Sia $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 & \text{se } 0 < x \leq 2. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2 + 4x + 3$. Determinate il più grande intervallo \mathcal{I} contenuto in $] -\infty, 0]$ tale che la restrizione $f|_{\mathcal{I}}$ risulti iniettiva.

Risposta:

a8) Discutendo graficamente l'equazione $|x+2| = -\sqrt[3]{x}$, determinate il numero delle soluzioni e il loro segno.

Risposta:

a9) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = |x| - 1$ e $g(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 0 \\ 3 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Determinate l'espressione della funzione composta $g \circ f$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{|x| - 2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$|z|^2 + |z + 1|i = 16 + |z + i|i.$$

ii) Rappresentate nel piano di Gauss le soluzioni z dell'equazione in i) . Scrivetele poi in forma trigonometrica e calcolate z^3 .

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=0}^n (4k + 1) = (2n + 1)(n + 1)$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) i) Verificate che esiste un $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} |\cos x| & \text{se } x < -\frac{\pi}{2} \\ a(x + \frac{\pi}{2})^2 & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ 1 + \arctan x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua su tutto \mathbb{R} .

ii) Per tale valore a , usando la rappresentazione grafica di f ,

a) determinate $\inf_{\mathbb{R}} f$ e $\sup_{\mathbb{R}} f$. Essi sono minimo e massimo, rispettivamente?

b) determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di f ;

c) rappresentate graficamente la funzione $-f(x) + 1$.

d) Sia $A = [-\frac{\pi}{2}, +\infty[$. Considerate la funzione restrizione $f|_A : A \rightarrow f(A)$. Rappresentate graficamente la sua funzione inversa.

b4) Determinate, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}(2 + \cos n)}{(3^{n\beta} + 1) \log n}.$$

b5) i) Scrivete la definizione dell'espressione $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow 0$.

ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dite (motivando la risposta) se la seguente implicazione è vera o falsa:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \Rightarrow \exists \delta > 0 : \forall x \in]-\delta, \delta[\text{ si ha } f(x) < -1000.$$

b6) Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato inferiormente. Scrivete la caratterizzazione di $\lambda = \inf A$.
