Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2017-2018 - Foglio di esercizi 11 *..."quando le funzioni non nascondono più alcun mistero"*

Sono qui proposti (esercizio 11.3 ed esercizio 11.4) alcuni degli esercizi assegnati nell'a.a. 2016/17 (in [materiale didattico on-line] - 'PIAZZA', Esercizio 3 e - 'Esercizi', Studio di funzioni). Si consiglia uno studio preciso e autonomo (senza guardare le soluzioni prima di avere portato a termine - il meglio possibile - il proprio studio) per una verifica efficace delle proprie conoscenze e capacità nell'affrontare questo tipo di esercizi. Per ogni dubbio e difficoltà ci vediamo in PIAZZA.

11.1) Rappresentate graficamente $g(x) = |x^3 - 1|$. Usando le caratteristiche fondamentali delle funzioni coinvolte (segno, monotonia, comportamento agli estremi del dominio) rappresentate graficamente le funzioni $f(x) = \arctan|x^3 - 1|$ e $f(x) = e^{|x^3-1|}$.

11.2) Determinate i punti di massimo e di minimo (sia locali che assoluti) della funzione $f(x) = |x^3 - 3x|$ su $[-1, 2]$.

11.3) (in 'PIAZZA') Studiate le seguenti funzioni individuando il dominio (se non indicato), il segno (quando possibile), il comportamento agli estremi del dominio (asintoti), la derivata prima e il suo segno (monotonia), la derivata seconda e il suo segno (quando possibile) (concavità/convessità), e tracciate un grafico qualitativo:

i) $$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{|x-4|-2} & \text{se } x < 0 \\ \arctan(-x^2) & \text{se } x \geq 0\,; \end{cases}$$

ii) $$f(x) = \frac{e^{|x|}}{e^x - e}\,;$$

iii) $$f(x) = \sqrt{|x|}\log x^2\,;$$

iv) $$f(x) = \frac{\sqrt{|x^2-4|}}{x}\,;$$

v) $$f(x) = \arctan\frac{1}{x} + |x+1|\,.$$

11.4) (in 'Esercizi') Studiate le seguenti funzioni (dominio, simmetrie, limiti, segno, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità se possibile) e tracciate di ciascuna un grafico qualitativo:

i) $f(x) = |x| - \sqrt{|x|}\,;$

ii) $f(x) = \sqrt{x + \dfrac{8}{x} + \left|1 - \dfrac{8}{x}\right|}$;

iii) $f(x) = \dfrac{1+3x^4}{x^2}$;

iv) $f(x) = \dfrac{x-4+|x+4|}{2} e^x$;

v) $f(x) = \dfrac{e^x}{1-x^2}$;

vi) $f(x) = \log\left(\dfrac{x^2 - 2|x| + 1}{x+1}\right)$.

11.5) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ tracciate un grafico qualitativo della funzione $f(x) = x - \alpha \log x$. Determinate poi i valori di α per i quali $f(x)$ non interseca mai l'asse x.