Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2017-18 - Foglio di esercizi 16 - ... *"L'Universo è un'equazione differenziale" [Henri Poincarè]...*

16.1) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili:

i) $\begin{cases} y'(x) = \frac{x+2}{x+1} y(x) \\ y(1) = 3\,; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y'(x) = \frac{y(x)\log y(x)}{x} \\ y(-1) = 2\,. \end{cases}$

16.2) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine:

i) $y'(x) - 3y(x) = e^x\,;$

ii) $y'(x) - xy(x) = e^x(-x+1)\,;$

iii) $y'(x) + (x+3)y(x) = y(x) + x + 2\,;$

iv) $y'(x) - y(x) = \sin x\,.$

16.3) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali lineari del primo ordine:

i) $\begin{cases} y'(x) = -\frac{2y(x)}{x} + x^3 \\ y(1) = 1\,; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y'(x) = 2xy(x) + x^3 \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$

16.4) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti ed omogenee:

i) $y''(x) - 4y(x) = 0\,;$

ii) $y''(x) + 4y'(x) = 0\,;$

iii) $y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 0\,;$

iv) $y''(x) + 2y(x) = 0\,;$

v) $y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = 0\,.$

16.5) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti e completi:

i) $y''(x) + 4y(x) = x^2\,;$

ii) $y''(x) + y(x) = 3\cos x\,;$

iii) $y''(x) + y(x) = 3\sin 2x\,;$

iv) $y''(x) + y'(x) = x^2 + x + 1\,;$

v) $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^{\alpha x}$ al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$.

16.6) Scrivete un'equazione differenziale lineare del secondo ordine omogenea a coefficienti costanti che abbia le seguenti coppie come soluzioni:

i) $y_1(x) = \sin 2x \qquad y_2(x) = \cos 2x\,;$

ii) $y_1(x) = e^x \sin \sqrt{3}x \qquad y_2(x) = e^x \cos \sqrt{3}x\,;$

iii) $y_1(x) = 1 \qquad y_2(x) = x\,;$

iv) $y_1(x) = e^{-2x} \qquad y_2(x) = e^{3x}\,.$

16.7) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti e completi:

i) $\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1\,; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^{x} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$

16.8) i) Calcolate $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2}\,dx\,.$

ii) Sia $F(x) = 1 - \displaystyle\int_0^x t^3 e^{-t^2}\,dt$ per $x \in \mathbf{R}$. Verificate che $F(x)$ è una funzione pari. Determinate il suo comportamento agli estremi del dominio. Studiate la monotonia di $F(x)$. Studiate la convessità/concavità di $F(x)$ e individuate eventuali punti di flesso. Tracciatene un grafico qualitativo.