

1.1) Scrivete in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

a) $(2i + 3)(1 - i)$; b) $\frac{i}{1 + i}$; c) $\frac{(1 + 2i)^2}{1 - i}$.

1.2) Determinate il coniugato e il modulo dei seguenti numeri complessi:

a) $3i(1 + 2i)$; b) $\frac{1}{1 - i} + \frac{3}{2i}$.

1.3) Sia $z = 2i$. Determinate $\operatorname{Re}((z + 1)(\bar{z} + 3))$ e $\operatorname{Im}(|z|i + \overline{(z + 1)})$.

1.4) Rappresentate nel piano di Gauss i seguenti numeri complessi. Scriveteli poi in forma trigonometrica.

a) $z = 3i$;

b) $z = i(1 + i)$;

c) $z = \frac{1 - i}{1 + i}$.

1.5) a) Rappresentate nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

i) $A = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2, \operatorname{Im} z \geq 1\}$;

ii) $B = \{z \in \mathbf{C} : 2\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z + 1 \geq 0, (\operatorname{Im} z)^2 \leq 1\}$;

iii) $C = \{z \in \mathbf{C} : |z + 1| = \operatorname{Im} z\}$;

iv) $D = \{z \in \mathbf{C} : |z + 1|^2 = (\operatorname{Im} z)^2\}$.

b) Dite se $C = D$.

1.6) Risolvete in \mathbf{C} le seguenti equazioni:

i) $2z - 3\bar{z} = 3i + 1$;

ii) $z^2 = 2\bar{z}$;

iii) $z^2 = 2\bar{z}i$.

1.7) Calcolate z^4 per $z = -1 + i$ e per $z = 1 - \sqrt{3}i$.