Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2017-2018 - PIAZZA8 - *"...non c'è limite-parte2..."*

1) Determinate $\alpha \in \mathbf{R}$ e $\beta > 0$, tali che le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2}x) + xe^{\alpha x} & \text{se } x \leq 1 \\ \arctan(\frac{1}{x-1}) & \text{se } x > 1 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+x^\beta)}{\sin 2x} & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{2}\cos x & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

risultino continue in $x = 1$ (in $x = 0$), rispettivamente.

2) i) Determinate $\alpha \in \mathbf{R}$ tale che $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+3x^2)}{\cos 2\alpha x - 1} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\arcsin x}$.

ii) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty} (\arctan n^\alpha) \log(n + e^n)\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} n^\alpha \arcsin \frac{1}{n^2+1}.$$

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{e^{2x^2} - 1}\,; \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\arctan 3x^2}{\cos x - 1}\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{\arctan \frac{1}{2n}}\,;$

ii) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x^2 \log(1 + \frac{2}{x^2})\,; \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{2\sqrt{x}} - 1}{x^2 - x + 3\sqrt{x}}\,; \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 - 1}\,;$

iii) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan(\arcsin x)}{2x}\,; \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\log(ex+e) - \cos x}{\sin x}\,; \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sin \pi x}{x - 1}\,.$

4) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\log[n^3(1-\cos\frac{1}{n})]}\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\log n}{\log[n^3(1-\cos\frac{1}{n})]}\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\log\frac{1}{n^3} + \log\sqrt[3]{n}}{2\log(n^4+n^2)}\,.$$

5) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2 + e^{-x}}{2x^2 + \log x^2}\,; \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{3x + e^x}{x^{100} + 4^x}\,; \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{x^4 + \log x^2}{x^2 - x}\,;$

ii) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x + 3}{\log x - \frac{1}{x}}\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\log_3(n^4 + 2\cos n)}{\log_2(n^6 + n^2)}\,; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\log(2^n + n^2) - n}{\log(3^n + 4n^2) + n}\,.$

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{n\to+\infty}(1+\frac{1}{2n})^{3n}$; $\lim_{n\to+\infty}(1-\frac{1}{n^2})^{n}$; $\lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{2x}}$;

ii) $\lim_{x\to+\infty}(x+e^x)^{\frac{\sin x}{x}}$; $\lim_{x\to+\infty}(x+x^2)^{\frac{\sin x}{x}}$; $\lim_{x\to 0^+}(\cos x)^{\frac{1}{2x^2}}$;

iii) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{n+3n^2}$; $\lim_{x\to 0^+}(\sqrt[5]{1+x})^{\frac{1}{\sin x}}$; $\lim_{x\to 0^+}(\sqrt[5]{1+x^2})^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

7) Calcolate, al variare di $\alpha\in\mathbf{R}$, $\alpha\geq 0$, il limite $\lim_{n\to+\infty}3n^3\log(1+\frac{1}{n^3+\alpha n^\alpha})$.

8) Calcolate il limite $\lim_{n\to+\infty}(\frac{2^n+n^n}{n!})^{\frac{1}{n}}$ (suggerimento: usate la formula di Stirling).