

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2017-2018 — TRENTO, 11 GIUGNO 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.**

**È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Siano  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| < 5\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 1\}$ . Determinate  $A$ ,  $B$  e  $A \cap B$ .

*Risposta:*

a2) Scrivete in forma algebrica il numero complesso  $z = \frac{3}{2+i}$ .

*Risposta:*

a3) Individuate i punti di accumulazione dell'insieme  $A = ]0, 2[ \cup ]2, 4]$ .

*Risposta:*

a4) Determinate l'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ .

*Risposta:*

a5) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$  e  $g(x) = 2x + 1$ .

Determinate l'espressione della funzione composta  $(f \circ g)(x)$  su  $\mathbb{R}$ .

*Risposta:*

---

a6) Calcolate  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x-1}}$ .

*Risposta:*

---

a7) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3, centrato in  $x_0 = 0$ , della funzione  $f(x) = 2 \sin x + \log(1-x)$ .

*Risposta:*

---

a8) Determinate i punti di minimo/massimo locale della funzione  $f(x) = x^3 - 3x^2$ .

*Risposta:*

---

a9) Determinate i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali risulta convergente la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha \cdot \frac{1}{n^2}$ .

*Risposta:*

---

a10) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale  $y'(x) = 2y(x)$ .

*Risposta:*

b1) i) Determinate per quali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq 0 \\ 2e^{-x} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

risulta continua e derivabile in  $x = 0$ .

ii) Per i valori individuati in i), tracciate un grafico qualitativo della funzione derivata  $f'(x)$  su  $\mathbb{R}$ . Determinate  $\inf_{x \in \mathbb{R}} f'(x)$  e  $\sup_{x \in \mathbb{R}} f'(x)$ .

---

b2) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, comportamento agli estremi, continuità, derivabilità, punti critici e la loro natura) la funzione

$$f(x) = x^3 \log|x|$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 0)$  e rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della funzione  $f$ .

---

b3) Determinate  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ , per cui esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x^2 - (e^x - 1)^2 + x^\alpha}{x \arctan x^3}$$

e calcolatelo.

---

b4) Determinate l'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n} (e^x - 1)^n$ .

---

b5) i) Determinate  $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ .

ii) Determinate i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ , tale che l'integrale  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x} + x}{x^\alpha (1 + \sqrt[4]{x^5})} dx$  risulti convergente.

---

b6) i) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione. Scrivete in matematiche il significato di  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .

ii) Provate che la funzione composta di due funzioni crescenti è crescente.

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2017-2018 — TRENTO, 11 GIUGNO 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.**

**È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

---

a1) Siano  $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 3\}$ . Determinate  $A$ ,  $B$  e  $A \cap B$ .

*Risposta:*

---

a2) Scrivete in forma algebrica il numero complesso  $z = \frac{2}{3-i}$ .

*Risposta:*

---

a3) Individuate i punti di accumulazione dell'insieme  $A = [0, 3[ \cup ]3, 5[$ .

*Risposta:*

---

a4) Determinate l'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ .

*Risposta:*

a5) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$  e  $g(x) = 2x - 1$ .

Determinate l'espressione della funzione composta  $(f \circ g)(x)$  su  $\mathbb{R}$ .

*Risposta:*

---

a6) Calcolate  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$ .

*Risposta:*

---

a7) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 3, centrato in  $x_0 = 0$ , della funzione  $f(x) = 2 \sin(-x) + \log(1+x)$ .

*Risposta:*

---

a8) Determinate i punti di minimo/massimo locale della funzione  $f(x) = -x^3 + 3x^2$ .

*Risposta:*

---

a9) Determinate i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali risulta convergente la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^{2\alpha} \cdot \frac{1}{n^4}$ .

*Risposta:*

---

a10) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale  $y'(x) = 3y(x)$ .

*Risposta:*

b1) i) Determinate per quali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a^2x + b & \text{se } x \leq 0 \\ 4 \log(x+1) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

risulta continua e derivabile in  $x = 0$ .

ii) Per i valori individuati in i), tracciate un grafico qualitativo della funzione derivata  $f'(x)$  su  $\mathbb{R}$ . Determinate  $\inf_{x \in \mathbb{R}} f'(x)$  e  $\sup_{x \in \mathbb{R}} f'(x)$ .

---

b2) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, comportamento agli estremi, continuità, derivabilità, punti critici e la loro natura) la funzione

$$f(x) = -x^3 \log|x|$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 0)$  e rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della funzione  $f$ .

---

b3) Determinate  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ , per cui esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2 - \sin x^2 - x^\alpha}{2x^2(1 - \cos x)}$$

e calcolatelo.

---

b4) Determinate l'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{n} (1 - e^x)^n$ .

---

b5) i) Determinate  $\int_0^{4\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ .

ii) Determinate i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ , tale che l'integrale  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x} + x}{x^\alpha (1 + \sqrt{x^3})} dx$  risulti convergente.

---

b6) i) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione. Scrivete in matematiche il significato di  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$ .

ii) Provate che la funzione composta di due funzioni crescenti è crescente.