COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA	A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2017-2018 — TRENTO, 6 SETTEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

---

a1) Calcolate il modulo del numero complesso $z = i(2+i)$.

Risposta:

---

a2) Rappresentate nel piano complesso l'insieme delle soluzioni di $\mathrm{Re}(z + i\overline{z}) = 0$.

Risposta:

---

a3) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| \geq 1\,,\ |y| \leq 1\}$.

Risposta:

---

a4) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1-2^x}$.

Risposta:

a5) Determinate i valori di $a \in \mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} a\frac{\sin(x-1)}{x-1} + 1 & \text{se } x < 1 \\ a^2(x+1) & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

risulti continua in $x_0 = 1$.

Risposta:

---

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x^2 - 1|$. Determinate $\min\limits_{x\in[-2,1]} f(x)$ e $\max\limits_{x\in[-2,1]} f(x)$.

Risposta:

---

a7) Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-1}$. Determinate gli asintoti di f.

Risposta:

---

a8) Calcolate $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$.

Risposta:

---

a9) Determinate gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{(x-2)^\alpha}}\, dx$ sia convergente.

Risposta:

---

a10) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale $y'' + 2y' - 3y = 0$.

Risposta:

---

b1) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n}(3k-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b2) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, continuità/derivabilità, punti critici e la loro natura) la funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{1+x}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.
ii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $g(x) = \log f(x)$.

---

b3) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin^2(2x) - \log(1+4x^2) - \alpha x^4}{x^4}.$$

---

b4) Usando la definizione calcolate l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} (2+x)e^{-x}dx.$$

---

b5) i) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = -xy + 4x.$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la soluzione dell'equazione differenziale in i) soddisfacente $y(0) = 5$.
iii) Esiste una funzione costante dell'equazione differenziale in i)?

---

b6) i) Una funzione $F(x)$ si dice una primitiva della funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se ...

ii) Scrivete l'enunciato e la dimostrazione del criterio del confronto asintotico per serie a termini non-negativi.

Cognome ______________________

Nome ______________________

Matricola

Non scrivere qui

1	2	3	4	5	6

B

Università di Trento — Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica - CdL in Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni
CdL in Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

Esame scritto di Analisi Matematica 1

A.A. 2017-2018 — Trento, 6 Settembre 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

---

a1) Calcolate il modulo del numero complesso $z = i(i+3)$.

Risposta:

---

a2) Rappresentate nel piano complesso l'insieme delle soluzioni di $\mathrm{Re}(z - i\overline{z}) = 0$.

Risposta:

---

a3) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| \leq 1 \, , \ |y| \geq 1\}$.

Risposta:

---

a4) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{1 - 2^x}$.

Risposta:

a5) Determinate i valori di $a \in \mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 2a\frac{\sin(x-1)}{x-1} + 1 & \text{se } x < 1 \\ a^2(x+2) & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

risulti continua in $x_0 = 1$.

Risposta:

---

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x^2 - 1|$. Determinate $\min_{x\in[-1,1]} f(x)$ e $\max_{x\in[-1,1]} f(x)$.

Risposta:

---

a7) Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-2}$. Determinate gli asintoti di f.

Risposta:

---

a8) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$.

Risposta:

---

a9) Determinate gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^\alpha}}\, dx$ sia convergente.

Risposta:

---

a10) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale $y'' + 3y' - 4y = 0$.

Risposta:

b1) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n}(3k+2) = \frac{n(3n+7)}{2}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b2) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, continuità/derivabilità, punti critici e la loro natura) la funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{1-x}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.
ii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $g(x) = \log f(x)$.

---

b3) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(e^{-x}-e^{x})^2 - \log(1+4x^2) - \alpha x^4}{x^4}.$$

---

b4) Usano la definizione calcolate l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} (3-x)e^{-x}dx.$$

---

b5) i) Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = -2xy + 6x.$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la soluzione dell'equazione differenziale in i) soddisfacente $y(0) = 4$.
iii) Esiste una funzione costante dell'equazione differenziale in i)?

---

b6) i) Una funzione $F(x)$ si dice una primitiva della funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se ...

ii) Scrivete l'enunciato e la dimostrazione del criterio del confronto asintotico per serie a termini non-negativi.
