Cognome ______________________

Nome ______________________

Matricola ⌊ | | | | | ⌋

Non scrivere qui

1	2	3	4	5	6

A

Università di Trento — Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica - CdL in Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni
CdL in Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

Prima prova intermedia di Analisi Matematica 1

A.A. 2017-2018 — Trento, 3 Novembre 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x| - 1} \geq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{x^2 - 2x} \leq 0\}$. Determinate A e B. Determinate $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $A =]-\infty, 3[$ e $B = \{2, 4\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a3) Sia $z = \dfrac{1+i}{2+i}$. Determinate $\overline{z}$.

Risposta:

a4) Sia $z = 2(\cos\dfrac{\pi}{6} + i \sin\dfrac{\pi}{6})$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^6.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$. Determinate $\min A$ e $\max A$.

Risposta:

---

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & \text{se } x < 0 \\ e^{-x} & \text{se } x \geq 0 \,. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f.

Risposta:

---

a7) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x + |x|$. Rappresentate graficamente la funzione $f(x)$ e la funzione $g(x) = -2f(x)$.

Risposta:

---

a8) Sia $f : [-4,1] \to [0,3]$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ x+2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \,. \end{cases}$

Rappresentate la funzione inversa $f^{-1} : [0,3] \to [-4,1]$.

Risposta:

---

a9) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \begin{cases} -\sin x & \text{se } 0 < x < \pi \\ 2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Determinate $(f \circ f)(x)$.

Risposta:

---

a10) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 1^-} \frac{e^x - x^2}{-x^2+1}$.

Risposta:

---

b1) i) Risolvete in $\mathbb{C}$ la seguente equazione

$$|z|^2 + z^2 - iz = 1$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.
ii) Sia $z \in \mathbb{C}$ la soluzione di i) con $\mathrm{Re} z < 0$. Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

---

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n}(3k-1) = \frac{n(3n+1)}{2}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b3) Siano $f :]-1, +\infty[\to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} - 1 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 2\log x & \text{se } x > 0\,; \end{cases} \qquad g(x) = \frac{2}{\pi}\arctan(x-1)\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g.
ii) Determinate l'insieme di definizione e l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
iii) Determinate la funzione inversa $g^{-1} : g(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ e rappresentatela graficamente.
iv) Determinate i punti di minimo/di massimo di $|f(x)|$ su $[\frac{1}{e}, e]$.
v) Determinate $\lim_{x\to 1} \dfrac{g(x)}{x^2-1}$.

---

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 0$, il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\Big[\frac{\cos x}{x^\alpha} + \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x^{\alpha-2}}\Big]\,.$$

---

b5) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è iniettiva.

ii) Verificate se $\sin x = o(x)$ per $x \to 0$.

---

b6) Sia $A = \{x_n = \dfrac{n-1}{2n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Verificate, usando la caratterizzazione, che $\sup A = \dfrac{1}{2}$.

COGNOME ____________ NOME ____________ MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋	NON SCRIVERE QUI 1 2 3 4 5 6 B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2017-2018 — TRENTO, 3 NOVEMBRE 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{|x|-2} \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 2x} \geq 0\}$. Determinate A e B. Determinate $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $A = \{2, 4\}$ e $B = [-3, +\infty[$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a3) Sia $z = \dfrac{1-i}{2+i}$. Determinate $\overline{z}$.

Risposta:

a4) Sia $z = 2(\cos\dfrac{\pi}{4} + i \sin\dfrac{\pi}{4})$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^6.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x_n = \dfrac{1+(-1)^n}{n+1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$. Determinate $\min A$ e $\max A$.

Risposta:

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -e^{-x} & \text{se } x > 0 \,. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f.

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x - |x|$. Rappresentate graficamente la funzione $f(x)$ e la funzione $g(x) = f(x+1)$.

Risposta:

a8) Sia $f : [-2,1] \to [0,3]$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ x+2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \,. \end{cases}$

Rappresentate la funzione inversa $f^{-1} : [0,3] \to [-2,1]$.

Risposta:

a9) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \begin{cases} -\sin x & \text{se } -\pi < x < 0 \\ -2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Determinate $(f \circ f)(x)$.

Risposta:

a10) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 1^-} \frac{e^{-x} - x^2}{1 - x^2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in $\mathbb{C}$ la seguente equazione

$$|z|^2 - z^2 - \overline{z} = 1$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.
ii) Sia $z \in \mathbb{C}$ la soluzione di i) con $\mathrm{Im} z < 0$. Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

---

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n} (k-1)^2 = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b3) Siano $f :]-\infty, 3[\to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x \leq 2 \\ \dfrac{1}{(x-3)^2} & \text{se } 2 < x < 3\,; \end{cases} \qquad g(x) = \frac{2}{\pi} \arctan x + 2\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g.
ii) Determinate l'insieme di definizione e l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
iii) Determinate la funzione inversa $g^{-1} : g(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ e rappresentatela graficamente.
iv) Determinate i punti di minimo/di massimo di $|f(x)|$ su $[0, 2]$.
v) Determinate $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{g(x-1) - 2}{x^2 - 1}$.

---

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 0$, il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{\arctan x}{x^{\alpha - 1}} - \frac{\sqrt{x^2 + 4} - x}{x^{\alpha - 2}} \right].$$

---

b5) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è suriettiva.

ii) Verificate se $2x^3 - x = o(x)$ per $x \to 0$.

---

b6) Sia $A = \{x_n = \dfrac{3n+1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Verificate, usando la caratterizzazione, che $\inf A = 3$.

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola	Non scrivere qui 1 2 3 4 5 6 C

Università di Trento — Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica - CdL in Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni
CdL in Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

Prima prova intermedia di Analisi Matematica 1

A.A. 2017-2018 — Trento, 3 Novembre 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

---

a1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - x} \geq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{1-|x|} \geq 0\}$. Determinate A e B. Determinate $A \cap B$.

Risposta:

---

a2) Sia $A =]1, +\infty[$ e $B = \{-2, 2\}$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

Risposta:

---

a3) Sia $z = \dfrac{1+i}{2-i}$. Determinate $\overline{z}$.

Risposta:

---

a4) Sia $z = 2(\cos\dfrac{\pi}{3} + i \sin\dfrac{\pi}{3})$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^6.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x_n = \dfrac{1-(-1)^n}{n+1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$. Determinate $\min A$ e $\max A$.

Risposta:

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ -x & \text{se } x \geq 0 \,. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f.

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = -x + |x|$. Rappresentate graficamente la funzione $f(x)$ e la funzione $g(x) = f(x-1)$.

Risposta:

a8) Sia $f : [-2,2] \to [-1,3]$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ x+1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \,. \end{cases}$

Rappresentate la funzione inversa $f^{-1} : [-1,3] \to [-2,2]$.

Risposta:

a9) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Determinate $(f \circ f)(x)$.

Risposta:

a10) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 1^+} \frac{\log x + x^2}{1 - x^2}$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in $\mathbb{C}$ la seguente equazione

$$z^2 - \overline{z} - |z|^2 = -1$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.
ii) Sia $z \in \mathbb{C}$ la soluzione di i) con $\mathrm{Im} z < 0$. Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

---

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n}(4k-1) = 2n^2 + n$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b3) Siano $f :]-1, +\infty[\to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x+1} - 1 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 2\log_{\frac{1}{2}} x & \text{se } x > 0\,; \end{cases} \qquad g(x) = \frac{2}{\pi}\arctan(x-2)\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g.
ii) Determinate l'insieme di definizione e l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
iii) Determinate la funzione inversa $g^{-1} : g(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ e rappresentatela graficamente.
iv) Determinate i punti di minimo/di massimo di $|f(x)|$ su $[\frac{1}{2}, 2]$.
v) Determinate $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{g(x)}{x^2-4}$.

---

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 0$, il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \Big[\frac{\sin x}{x^\alpha} + \frac{\sqrt{x^2+2} - x}{x^{\alpha-2}}\Big]\,.$$

---

b5) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è limitata inferiormente.
ii) Verificate se $x^3 - 2x^2 = o(x^2)$ per $x \to 0$.

---

b6) Sia $A = \{x_n = \dfrac{2n^2-1}{n^2} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Verificate, usando la caratterizzazione, che $\sup A = 2$.

COGNOME ____________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ____________	D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CDL IN INFORMATICA - CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI
CDL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2017-2018 — TRENTO, 3 NOVEMBRE 2017

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Non usate il colore rosso.

a1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2 - |x|} \geq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{x^2 - 3x} \leq 0\}$. Determinate A e B. Determinate $A \cap B$.

Risposta:

a2) Sia $A = \{-1, 2\}$ e $B =]-\infty, 2]$. Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a3) Sia $z = \dfrac{1 - i}{2 - i}$. Determinate $\overline{z}$.

Risposta:

a4) Sia $z = 2(\cos \dfrac{\pi}{6} + i \sin \dfrac{\pi}{6})$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^3.

Risposta:

a5) Sia $A = \{x_n = \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$. Determinate $\min A$ e $\max A$.

Risposta:

---

a6) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < 0 \\ e^{-x} & \text{se } x \geq 0 \,. \end{cases}$

Determinate l'immagine di f.

Risposta:

---

a7) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = -x - |x|$. Rappresentate graficamente la funzione $f(x)$ e la funzione $g(x) = -\dfrac{1}{2} f(x)$.

Risposta:

---

a8) Sia $f : [-3, 1] \to [-1, 4]$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } -3 \leq x \leq 0 \\ 2\sqrt{x} + 2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \,. \end{cases}$

Rappresentate la funzione inversa $f^{-1} : [-1, 4] \to [-3, 1]$.

Risposta:

---

a9) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ -1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Determinate $(f \circ f)(x)$.

Risposta:

---

a10) Calcolate $\displaystyle\lim_{x \to 1^-} \frac{\log x + x^2}{1 - x^2}$.

Risposta:

---

b1) i) Risolvete in $\mathbb{C}$ la seguente equazione

$$\overline{z}^2 - \overline{z}i + |z|^2 = 1$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.
ii) Sia $z \in \mathbb{C}$ la soluzione di i) con $\mathrm{Re}z > 0$. Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

---

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$\sum_{k=1}^{n}(2k^2-1) = \frac{n(n+2)(2n-1)}{3}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

---

b3) Siano $f :]-1,+\infty[\to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x+1)^2} & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ -\sqrt[3]{x-1} & \text{se } x > 0\,; \end{cases} \qquad g(x) = \frac{2}{\pi}\arctan(x+1)\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g.
ii) Determinate l'insieme di definizione e l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
iii) Determinate la funzione inversa $g^{-1} : g(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ e rappresentatela graficamente.
iv) Determinate i punti di minimo/di massimo di $|f(x)|$ su $[0,2]$.
v) Determinate $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{g(x)}{x^2-1}$.

---

b4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 0$, il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\left[-\frac{\arctan x}{x^{\alpha-1}} + \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x^{\alpha-2}}\right].$$

---

b5) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è limitata superiormente.

ii) Verificate se $x^3 - 2x^2 = o(x)$ per $x \to 0$.

---

b6) Sia $A = \{x_n = \dfrac{n^2+1}{2n^2} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Verificate, usando la caratterizzazione, che $\inf A = \dfrac{1}{2}$.
