

-94,-

Sia $\bar{x}$ pt. angoloso, allora $u'_-(\bar{x}) \neq u'_+(\bar{x})$.

Poniamo $a \doteq u'_-(\bar{x})$ e $b \doteq u'_+(\bar{x})$. Allora $a \neq b$

Si ha

1^a cond. di Erdmann: $4a(a^2-1) = 4b(b^2-1)$

2^a cond. di Erdmann: $(a^2-1)(-3a^2-1) = (b^2-1)(-3b^2-1)$

La 1^a condizione diventa $(a-b)(a^2+ab+b^2-1)=0$ e

la 2^a condizione $(a^2-b^2)(3a^2+3b^2-2)=0$

Poiché $a \neq b$ il sistema delle due condizioni si riduce a

$$(I) \quad \begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ (a^2-b^2)(3a^2+3b^2-2)=0 \end{cases}$$

Se $a^2-b^2=0$, ossia $a=-b$ ($a=b$ è escluso) nella 1^a eq.

si ottiene $2a^2-a^2-1=0$, ossia $a^2=1$, ossia $a=\pm 1$ e

quindi $\boxed{a=1, b=-1}$ oppure $\boxed{a=-1, b=1}$ sono soluzioni.

Altrimenti $a^2-b^2 \neq 0$ e il sistema (I) diventa

$$(I)' \quad \begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ 3a^2+3b^2-2=0 \end{cases} \quad \text{ossia} \quad \begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ ab = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{da cui} \quad \begin{cases} a^2 + a \cdot \frac{1}{3a} + \frac{1}{9a^2} - 1 = 0 \\ b = \frac{1}{3a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^4 - 6b^2 + 1 = 0 \\ b = \frac{1}{3a} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3b^2-1)^2 = 0 \\ b = \frac{1}{3a} \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{ll} b = \frac{1}{\sqrt{3}} & a = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ b = -\frac{1}{\sqrt{3}} & a = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right\} \text{quindi } a=b, \text{ ma questo } \bar{\text{e}} \text{ escluso.}$$

Quindi l'unica soluzione del sistema delle due condizioni di

Erdmann è $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases},$

cioè i punti $\bar{x}$ tali che $u'(\bar{x})^2 = 1$.

□