

**Peanuts 6: alla ricerca di proprietà globali delle funzioni** (10 - 15 ottobre 2018)

1. Sia  $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|x|} > |x| - 2\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐ *a*  $A$  è un intervallo  
☐ *b*  $\sup A = 1 + \sqrt{2}$   
☐ *c*  $\inf A = -1 - \sqrt{2}$   
☐ *d*  $A$  è simmetrico rispetto all'origine

2. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^3 & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2^{-x} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐ *a* L'insieme dei maggioranti di  $f$  è  $[2, +\infty[$   
☐ *b*  $\inf_{\mathbb{R}} f = -1$  e non è minimo  
☐ *c*  $f(\mathbb{R}) = ]-1, 2] \setminus \{1\}$   
☐ *d* Per ogni  $k \in \mathbb{R}$ , l'equazione  $f(x) = k$  ha al più una soluzione

3. Quale delle seguenti funzioni non è strettamente decrescente su  $] -\infty, 1]$ ?

- ☐ *a*  $f(x) = ||x - 2| - 1|$   
☐ *b*  $f(x) = |x^3 - 1|$   
☐ *c*  $f(x) = \sqrt{|x - 1|} - 1$   
☐ *d*  $f(x) = |x^3| - 1$

4. Quale delle seguenti funzioni è limitata su  $\mathbb{R}$ ?

- ☐ *a*  $f(x) = |x - 2| - 1$   
☐ *b*  $f(x) = -e^{|x|} + e$   
☐ *c*  $f(x) = \frac{1}{|x| + 1}$   
☐ *d*  $f(x) = |x^3 - 1|$

5. Quale tra le seguenti funzioni è tale che  $f|_{[0, +\infty[}$  risulta iniettiva?

- ☐ *a*  $f(x) = |2^{|x|} - 2|$   
☐ *b*  $f(x) = |x^2 - x|$   
☐ *c*  $f(x) = |1 - \sqrt[3]{x+1}|$   
☐ *d*  $f(x) = |2^{-x} - 2^{-1}|$

6. Quale tra le seguenti funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  non è suriettiva?

- ☐ *a*  $f(x) = -x + 2$   
☐ *b*  $f(x) = 3(x + 4)^4 - 2$   
☐ *c*  $f(x) = (-x + 1)^3$   
☐ *d*  $f(x) = -x^3 + 2$

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐  $a$   $\text{im} f = ] - \infty, 1[$   
☐  $b$   $f$  è suriettiva  
☐  $c$   $f$  è iniettiva  
☐  $d$   $f$  è strettamente crescente

8. Sia  $f(x) = e^{-|x|}$  per  $x \in \mathbb{R}$  e sia  $g(x) = \frac{1}{f(x-1)}$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- ☐  $a$   $g$  è pari  
☐  $b$   $g$  ha uno ed un solo punto di minimo in  $x = -1$   
☐  $c$   $g$  ha uno ed un solo punto di minimo in  $x = 1$   
☐  $d$   $g$  è decrescente su  $\mathbb{R}$

9. Il numero delle soluzioni in  $\mathbb{R}$  dell'equazione  $\sin(\pi x) = x$  è

- ☐  $a$  1  
☐  $b$  2  
☐  $c$  3  
☐  $d$  4

10. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } 0 \leq x < 2\pi \\ -|x - 2\pi| & \text{se } x \geq 2\pi. \end{cases}$

Il più grande intervallo  $A$  contenente  $] - \infty, 0]$  per cui  $f|_A$  risulta iniettiva è

- ☐  $a$   $] - \infty, 2\pi]$   
☐  $b$   $] - \infty, 2\pi[$   
☐  $c$   $\mathbb{R}$   
☐  $d$   $] - \infty, \pi]$

11. Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \\ -x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 1 \\ -1 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Quale delle seguenti espressioni non è corretta?

- ☐  $a$   $(f \circ f)(x) = \begin{cases} -(x^2 + 1) & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$   
☐  $b$   $(g \circ f)(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$   
☐  $c$   $(f \circ g)(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$   
☐  $d$   $(g \circ g)(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

12. Per quale dei seguenti valori di  $\lambda$  l'equazione  $|1 - |2^{x+1} - 2|| = \lambda$  ha quattro soluzioni?

- ☐  $a$   $\lambda = 0$   
☐  $b$   $\lambda = \frac{1}{2}$   
☐  $c$   $\lambda = 1$   
☐  $d$   $\lambda = 2$