

Peanuts 6: alla ricerca di proprietà globali delle funzioni (10 - 15 ottobre 2018)

1. Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|x|} > |x| - 2\}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
 - a) A è un intervallo
 - b) $\sup A = 1 + \sqrt{2}$
 - c) $\inf A = -1 - \sqrt{2}$
 - d) A è simmetrico rispetto all'origine
2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^3 & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2^{-x} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$
 Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
 - a) L'insieme dei maggioranti di f è $[2, +\infty[$
 - b) $\inf_{\mathbb{R}} f = -1$ e non è minimo
 - c) $f(\mathbb{R}) =]-1, 2] \setminus \{1\}$
 - d) Per ogni $k \in \mathbb{R}$, l'equazione $f(x) = k$ ha al più una soluzione
3. Quale delle seguenti funzioni non è strettamente decrescente su $]-\infty, 1]$?
 - a) $f(x) = ||x - 2| - 1|$
 - b) $f(x) = |x^3 - 1|$
 - c) $f(x) = \sqrt{|x - 1|} - 1$
 - d) $f(x) = |x^3| - 1$
4. Quale delle seguenti funzioni è limitata su \mathbb{R} ?
 - a) $f(x) = |x - 2| - 1$
 - b) $f(x) = -e^{|x|} + e$
 - c) $f(x) = \frac{1}{|x| + 1}$
 - d) $f(x) = |x^3 - 1|$
5. Quale tra le seguenti funzioni è tale che $f|_{[0, +\infty[}$ risulta iniettiva?
 - a) $f(x) = |2^{|x|} - 2|$
 - b) $f(x) = |x^2 - x|$
 - c) $f(x) = |1 - \sqrt[3]{x + 1}|$
 - d) $f(x) = |2^{-x} - 2^{-1}|$
6. Quale tra le seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ non è suriettiva?
 - a) $f(x) = -x + 2$
 - b) $f(x) = 3(x + 4)^4 - 2$
 - c) $f(x) = (-x + 1)^3$
 - d) $f(x) = -x^3 + 2$

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- [a] $\text{im } f =] -\infty, 1[$
- [b] f è suriettiva
- [c] f è iniettiva
- [d] f è strettamente crescente

8. Sia $f(x) = e^{-|x|}$ per $x \in \mathbb{R}$ e sia $g(x) = \frac{1}{f(x-1)}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- [a] g è pari
- [b] g ha uno ed un solo punto di minimo in $x = -1$
- [c] g ha uno ed un solo punto di minimo in $x = 1$
- [d] g è decrescente su \mathbb{R}

9. Il numero delle soluzioni in \mathbb{R} dell'equazione $\sin(\pi x) = x$ è

- [a] 1
- [b] 2
- [c] 3
- [d] 4

10. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } 0 \leq x < 2\pi \\ -|x - 2\pi| & \text{se } x \geq 2\pi. \end{cases}$

Il più grande intervallo A contenente $] -\infty, 0]$ per cui $f|_A$ risulta iniettiva è

- [a] $] -\infty, 2\pi]$
- [b] $] -\infty, 2\pi[$
- [c] \mathbb{R}
- [d] $] -\infty, \pi]$

11. Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \\ -x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 1 \\ -1 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Quale delle seguenti espressioni non è corretta?

- [a] $(f \circ f)(x) = \begin{cases} -(x^2 + 1) & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- [b] $(g \circ f)(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- [c] $(f \circ g)(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$
- [d] $(g \circ g)(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

12. Per quale dei seguenti valori di λ l'equazione $|1 - |2^{x+1} - 2|| = \lambda$ ha quattro soluzioni?

- [a] $\lambda = 0$
- [b] $\lambda = \frac{1}{2}$
- [c] $\lambda = 1$
- [d] $\lambda = 2$