Università degli Studi di Trento - Dipartimento di Informatica e Scienza dell'Informazione
CdL in Informatica, CdL in Ingegneria dell'Informazione e delle Comunicazioni
CdL in Ingegneria dell'Informazione e Organizzazione d'Impresa

Peanuts 8: il concetto fondamentale dell'Analisi: il limite (22 - 26 ottobre 2018)

1. Supponiamo che $\lim_{x\to 2} f(x) = 3$. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

   $\boxed{a}$ $x = 2$ è un punto di accumulazione del dominio di f

   $\boxed{b}$ f è positiva in $]2-\delta, 2+\delta[$ per un opportuno $\delta > 0$

   $\boxed{c}$ 3 appartiene all'immagine di f

   $\boxed{d}$ Nessuna delle altre tre affermazioni è necessariamente vera

2. Quanti tra i quattro limiti $\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin n \cos n + n^2}{n^2}$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{\arctan n^3 + 3n}{n+1}$, $\lim_{x\to-\infty}(x^2 + \arctan x)$ e $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}\cos\frac{1}{x^2}$ sono uguali a un numero intero positivo?

   $\boxed{a}$ 0

   $\boxed{b}$ 1

   $\boxed{c}$ 2

   $\boxed{d}$ 3

3. Il limite $\lim_{x\to+\infty}(x - \sqrt{x^2 - x})$ è uguale a

   $\boxed{a}$ $-\infty$

   $\boxed{b}$ 0

   $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$

   $\boxed{d}$ $+\infty$

4. Il limite $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{9x^2 - 2x} + 3x)$ è uguale a

   $\boxed{a}$ $-\infty$

   $\boxed{b}$ 0

   $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$

   $\boxed{d}$ $+\infty$

5. Sia $l = \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{5-x}}{x-2}$. Allora si ha

   $\boxed{a}$ $l \leq -1$

   $\boxed{b}$ $-1 < l \leq 0$

   $\boxed{c}$ $0 < l < 1$

   $\boxed{d}$ $l \geq 1$

6. Sia $l = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})}$. Allora si ha

   $\boxed{a}$ $l \leq 0$

   $\boxed{b}$ $0 < l \leq 1$

   $\boxed{c}$ $1 < l \leq 2$

   $\boxed{d}$ $l > 2$

7. Il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{2x+x^2}{\sqrt{x+1}-1}$ è uguale a

$\boxed{a}$ 0

$\boxed{b}$ 2

$\boxed{c}$ 4

$\boxed{d}$ $+\infty$

8. Siano $l_1 = \lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-1}{3x+\sin(\pi x)}$, $l_2 = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\arctan x + \frac{1}{x^2}}{\mathrm{e}^{-x}}$ e $l_3 = \lim_{x\to 0} \dfrac{\sin(x+\frac{\pi}{2}) - x^2}{(x+1)^2}.$ Allora si ha

$\boxed{a}$ $l_1 = l_2$

$\boxed{b}$ $l_1 = l_3$

$\boxed{c}$ $l_2 = l_3$

$\boxed{d}$ $l_1 \neq l_2$, $l_1 \neq l_3$ e $l_2 \neq l_3$

9. Quanti tra i limiti $\lim_{x\to -2^-} \dfrac{1}{x^2-4}$, $\lim_{x\to -1^-} \dfrac{2^x}{x^3+1}$, $\lim_{x\to -1^-} \dfrac{\sin x}{|x|-1}$ e $\lim_{x\to -1^+} \dfrac{\sin x}{|x|-1}$ sono uguali a $+\infty$?

$\boxed{a}$ 0

$\boxed{b}$ 1

$\boxed{c}$ 2

$\boxed{d}$ 3

10. Siano $l_1 = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^3-x+3}{\sqrt{x}+x-2x^3}$ e $l_2 = \lim_{x\to-\infty} (\dfrac{x^2}{x-2} - \dfrac{x^3}{x^2-4})$. Allora il prodotto $l_1 l_2$ è uguale a

$\boxed{a}$ -1

$\boxed{b}$ 0

$\boxed{c}$ 1

$\boxed{d}$ 2

11. Siano $l_1 = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^{-x^2}+1}{\arctan(\mathrm{e}^x+1)}$, $l_2 = \lim_{x\to 1} \dfrac{\log(1+x^2)-\sin(x-1)}{\arccos(x-1)}$ e $l_3 = \lim_{x\to+\infty} \log(\sqrt{x^2+2x}-x)$. Allora si ha

$\boxed{a}$ $l_2 < l_1 < l_3$

$\boxed{b}$ $l_2 < l_3 < l_1$

$\boxed{c}$ $l_1 < l_2 < l_3$

$\boxed{d}$ $l_3 < l_2 < l_1$

12. Quanti dei limiti $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos x)^2}{2x^3 \sin x}$, $\lim_{x\to 0} \dfrac{(\mathrm{e}^x-1)\sin x}{1-\cos(2x)}$, $\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+3x)}{\sin(2x)}$ e $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan x^2}{1-\cos(3x)}$ sono minori di 1?

$\boxed{a}$ 1

$\boxed{b}$ 2

$\boxed{c}$ 3

$\boxed{d}$ 4

13. Siano α e β i due numeri reali positivi per i quali le funzioni $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}\arctan\frac{1}{x} + \alpha & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{\sin x}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

e $g(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(\sin 2x)}{4x - 2\sin 3x} & \text{se } x \neq 0 \\ \beta & \text{se } x = 0 \end{cases}$ sono continue in $x = 0$. Allora il prodotto $\alpha\beta$ è uguale a

$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$

$\boxed{b}$ $-\frac{1}{2}$

$\boxed{c}$ 1

$\boxed{d}$ -1

14. Sia $A = \{x_n = \cos(\pi - \frac{2}{n}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

$\boxed{a}$ $\max A = \cos(\pi - 2)$

$\boxed{b}$ $\min A = -1$

$\boxed{c}$ A è limitato

$\boxed{d}$ $\lim_{n\to+\infty} x_n = -1$

15. Sia $B = \{x_n = \arcsin(1 - \frac{2}{n}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

$\boxed{a}$ $\max B = \frac{\pi}{2}$

$\boxed{b}$ $\min B = -\frac{\pi}{2}$

$\boxed{c}$ $0 \in B$

$\boxed{d}$ $\lim_{n\to+\infty} x_n = \dfrac{\pi}{2}$

16. Quale tra i seguenti limiti è finito e diverso da zero?

$\boxed{a}$ $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{e^n - 2^n}{n + 3^n}$

$\boxed{b}$ $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\log(n^4 + \cos n)}{\log(n^5 + \arctan n)}$

$\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x} + x^{10}}{2^x + 100x^2}$

$\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} (\log x - 2\sqrt{x})$

17. Quale dei seguenti limiti è uguale a 1?

$\boxed{a}$ $\lim_{n\to+\infty} (1 + \dfrac{1}{4n})^{2\sqrt{n}}$

$\boxed{b}$ $\lim_{n\to+\infty} (1 + \dfrac{1}{4n})^{2n}$

$\boxed{c}$ $\lim_{n\to+\infty} (1 + \dfrac{1}{4n})^{2n^2}$

$\boxed{d}$ Nessuno dei limiti proposti

18. Quanti dei limiti $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n + n^2}$, $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n + 2^n}$ e $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n + 2^{n^2}}$ sono finiti?

$\boxed{a}$ 0

$\boxed{b}$ 1

$\boxed{c}$ 2

$\boxed{d}$ 3

19. I limiti $\lim_{x\to0^+} (2x)^x$, $\lim_{x\to0^+} x^{-\frac{1}{\log x}}$ e $\lim_{x\to0^+} x^{\frac{1}{\log x}}$ sono rispettivamente

$\boxed{a}$ $1, \frac{1}{e}, e$

$\boxed{b}$ $e, \frac{1}{e}, 1$

$\boxed{c}$ $\frac{1}{e}, e, 1$

$\boxed{d}$ $1, e, \frac{1}{e}$