

1. Sia $a \in \mathbb{R}$. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una qualunque funzione continua con $f(0) = 4$ e $f(1) = 1$, allora l'equazione $f(x) = a$ ha una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$ per

- a $a = 0$
- b $a = 1$
- c $a = 2$
- d $a = 4$

2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \arctan x + x$. Quante delle affermazioni

- (i) la funzione f ammette massimo sull'intervallo $[0, 1]$
- (ii) l'immagine dell'intervallo $[0, 1]$ tramite f è un intervallo chiuso e limitato
- (iii) l'equazione $f(x) = 1$ ammette una soluzione reale

sono vere?

- a 0
- b 1
- c 2
- d 3

3. Sia $f(x) = \begin{cases} \alpha^2(1 - \sin x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{2x^2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$ Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f verifica le ipotesi del teorema di Weierstrass sull'intervallo $[-2, 2]$?

- a $\alpha = \pm 1$
- b $\alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c $\alpha \in \mathbb{R}$
- d $\alpha = \sqrt{2}$

4. Sia $f(x) = (\mathrm{e}^x)^2 - 1$. Quale delle seguenti uguaglianza è vera per $x \rightarrow 0$?

- a $f(x) = 2x + 2x^2 + o(x^3)$
- b $f(x) = x^2 + o(x^2)$
- c $f(x) = 2x + o(x)$
- d $f(x) = x^2 + o(x^3)$

5. Sia $f(x) = \frac{1}{1+2x}$. Per $x \rightarrow 0$ si ha

- a $f(x) = 1 + o(x)$
- b $f(x) = 1 - 2x + o(x)$
- c $f(x) = 1 + 2x + o(x)$
- d $f(x) = 1 - 2x + o(x^2)$

6. Per quale delle seguenti funzioni la retta di equazione $x = 0$ non è un asintoto verticale?

- a $f(x) = \frac{1}{\log(1+x)}$
- b $f(x) = \log|x|$
- c $f(x) = \frac{1}{\log|x|}$
- d $f(x) = \frac{1}{|x|}$

7. Quali delle implicazioni

- (i) $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow +\infty \implies f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow +\infty$
- (ii) $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+ \implies f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0^+$

sono vere?

- a Nessuna
- b La prima
- c La seconda
- d Entrambe

8. Quale delle seguenti scritture non è corretta?

- a $\sin x^2 = o(1)$ per $x \rightarrow 0$
- b $\sin x^2 = o(x)$ per $x \rightarrow 0$
- c $\sin x^2 = x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$
- d $\sin x^2 = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$

9. Per $x \rightarrow 0$, quante delle funzioni

$$f(x) = (1 - \cos x) \sin x, \quad g(x) = (e^{2x} - 1) \sin \frac{x^2}{4}, \quad h(x) = x^2 \log(1 + \frac{\sin x}{2}), \quad k(x) = \tan \frac{x}{2} \arcsin x^2$$

hanno parte principale uguale a $\frac{x^3}{2}$?

- a 1
- b 2
- c 3
- d 4

10. La funzione $f(x) = \frac{x^2 + 3x^\alpha}{x^2 + \arctan x + 1}$ ammette un asintoto obliquo per

- a $\alpha = 0$
- b $\alpha = 1$
- c $\alpha = 2$
- d $\alpha = 3$

11. La funzione $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2x + 1}$ ha come asintoto obliqua la retta di equazione

- a $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$
- b $y = \frac{x}{2} - \frac{5}{4}$
- c $y = \frac{x}{2}$
- d $x = -\frac{1}{2}$

12. Quale delle seguenti funzioni ha un asintoto verticale?

- a $f(x) = \frac{\sin x}{x}$
- b $f(x) = \frac{x}{\arctan x}$
- c $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
- d $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$