

Programma del Corso

Logica e Insiemistica. Proposizioni, predicati, connettivi logici. Quantificatori. Terminologia sugli insiemi. Insiemi numerici.

Numeri reali. Assiomi e proprietà. Estremo superiore/inferiore – la proprietà di completezza.

Numeri complessi: forma algebrica e trigonometrica. Radici complesse.

Funzioni generiche e funzioni reali di una variabile reale. Funzione, dominio, immagine, grafico.

Funzioni reali di una variabile reale e alcune proprietà (monotonia, simmetria, periodicità). Funzioni elementari e loro grafici. Funzioni limitate, estremo superiore/inferiore, massimo/minimo. Funzione iniettiva, suriettiva, biettiva. Funzione restrizione e funzione composta. Funzione inversa e il suo grafico.

Operazioni con le funzioni. Grafici: dal grafico di $f(x)$ al grafico di $f(x+a)$, $af(x)$, ...

Equazioni e disequazioni: metodo grafico.

Studio di proprietà locali di funzioni reali di una variabile reale.

Limite. Limite di una funzione e di una successione. Proprietà elementari dei limiti. Limite di funzioni monotone. Convergenza e limitatezza. Teorema di permanenza del segno. Funzioni infinitesime e infinite. Limiti notevoli. Infiniti, infinitesimi e confronti.

Continuità. Definizione e proprietà elementari. Punti di discontinuità. Teorema di esistenza degli zeri e teorema dei valori intermedi. Continuità delle funzioni inverse. Teorema di Weierstrass.

Calcolo differenziale. Differenziabilità. Retta tangente a un grafico; derivata. Derivata destra e sinistra; punti di non derivabilità. Derivabilità e continuità. Regole di derivazione. Derivate delle funzioni elementari. Derivazione della funzione composta e della funzione inversa. Estremi locali. Teorema di Fermat. Teorema del valor medio (di Lagrange) e applicazioni. Monotonia e derivata. Teorema di de l'Hopital. Derivate successive. Convessità/concavità e derivata seconda. Asintoti. Studio di funzione. Polinomio di Taylor. Formula di Taylor con resto di Peano (con resto di Lagrange).

Serie numeriche. Successioni e sommatorie. Serie numeriche e proprietà elementari. Serie geometrica, serie armonica e serie armonica generalizzate.

Serie numeriche a termini positivi. Criterio del confronto, del confronto asintotico, della radice e del rapporto.

Serie a termini di segno variabile. Convergenza assoluta, criterio della convergenza assoluta.

Serie a termine di segno alterno. Criterio di Leibniz.

Serie di funzioni. Convergenza puntuale.

Serie di potenze e raggio di convergenza. Serie di Taylor. Sviluppi in serie di Taylor di funzioni elementari.

Calcolo integrale. Integrale ed area. Integrale di Riemann. Proprietà dell'integrale. Teorema della media integrale. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Studio di funzioni integrali. Funzione primitiva – integrale indefinito. Teorema di Torricelli.

Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali.

Integrali impropri. Criteri di convergenza: criterio del confronto e del confronto asintotico. Criterio di assoluta integrabilità in senso improprio.

Equazioni differenziali. Linearità e non-linearità.

Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.

Equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti.

Esercizi:

Estremo superiore/inferiore.

Principio di induzione.

Numeri complessi.

Funzioni elementari e trasformazioni di grafici.

Limiti di funzioni.

Derivate. Max/min di una funzione.

Studio di funzioni.

Studio del carattere di una serie.

Limiti usando De l'Hopital e gli sviluppi di Taylor.

Integrali. Integrali impropri.

Equazioni differenziali.