

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 5 SETTEMBRE 2019

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq x^2\}$. Rappresentate graficamente l'insieme A .

Risposta:

a2) Determinate la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso $z = \frac{2}{i} + 4i$.

Risposta:

a3) Risolvete la disequazione $\arcsin(2 - x) < \frac{\pi}{2}$.

Risposta:

a4) Determinate l'immagine della funzione $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x < 0 \\ (x - 1)^2 + 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Risposta:

a5) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{3^n + e^n}$.

Risposta:

a6) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = e^{2x} \sin x$. Determinate $(g \circ f)'(1)$.

Risposta:

a7) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 0$, della funzione $F(x) = \int_0^x (e^{t^2} + t) dt$.

Risposta:

a8) Determinate $\int \frac{3x^2 + 2x - 1}{x} dx$.

Risposta:

a9) Determinate il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$.

Risposta:

a10) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y' = 3y$.

Risposta:

- b1) i) Determinate le radici quadrate del numero complesso $1 + \sqrt{3}i$ e le radici quadrate del numero complesso -4 . Rappresentatele poi nel piano complesso.
ii) Determinate il perimetro del poligono che ha come vertici le soluzioni del punto i).

- b2) Calcolate il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \int_0^x (\sin t \cos t + \arctan 2t - 1) dt}{1 - \cos x}.$$

- b3) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità/punti di non-derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione

$$f(x) = \frac{x - |x| - 2}{x^2 + 3}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

- ii) Dite se f soddisfa su $[-3, 0]$ le ipotesi del teorema di Rolle.
iii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = -1$.

- b4) Determinate al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[e^{\frac{4}{n}} - 1 - \frac{\alpha^2}{n} \right] \sqrt[3]{n}.$$

- b5) Sia $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$ e $f_a(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$. Al variare di $a \in \mathbb{R}$
i) determinate il dominio di f_a ;
ii) determinate la primitiva F_a di f_a soddisfacente $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_a(x) = 0$.

- b6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Scrivete in matematiche il significato della scrittura $f'(2) = 1$.
ii) Enunciate e provate il teorema di Fermat.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 5 SETTEMBRE 2019

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq x^2\}$. Rappresentate graficamente l'insieme A .

Risposta:

a2) Determinate la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso $z = \frac{1}{i} - 2i$.

Risposta:

a3) Risolvete la disequazione $\arcsin(3 - x) < \frac{\pi}{2}$.

Risposta:

a4) Determinate l'immagine della funzione $f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{se } x < 0 \\ -(x - 1)^2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Risposta:

a5) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{4^n + e^n}$.

Risposta:

a6) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = e^{3x} \sin x$. Determinate $(g \circ f)'(1)$.

Risposta:

a7) Scrivete il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato in $x_0 = 0$, della funzione $F(x) = \int_0^x (t - e^{t^2}) dt$.

Risposta:

a8) Determinate $\int \frac{4x^2 - 2x + 1}{x} dx$.

Risposta:

a9) Determinate il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{3^n} x^n$.

Risposta:

a10) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y' = 4y$.

Risposta:

- b1) i) Determinate le radici quadrate del numero complesso $1 - \sqrt{3}i$ e le radici quadrate del numero complesso 4 . Rappresentatele poi nel piano complesso.
ii) Determinate il perimetro del poligono che ha come vertici le soluzioni del punto i).

- b2) Calcolate il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \int_0^x (\sin 3t \cos t + \arctan t + 1) dt}{1 - \cos x}.$$

- b3) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità/punti di non-derivabilità, punti critici e loro natura) la funzione

$$f(x) = \frac{x + |x| + 2}{x^2 + 3}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Dite se f soddisfa su $[0, 3]$ le ipotesi del teorema di Rolle.

iii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 1$.

- b4) Determinate al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[e^{\frac{\alpha}{n}} - 1 - \frac{\alpha^2}{n} \right] \sqrt[4]{n}.$$

- b5) Sia $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$ e $f_a(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$. Al variare di a

i) determinate il dominio di f_a ;

ii) determinate la primitiva F_a di f_a soddisfacente $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_a(x) = 0$.

- b6) i) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Scrivete in matematiche il significato della scrittura $f'(1) = 2$.

ii) Enunciate e provate il teorema di Fermat.