

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = [0, 3]$ e $B = \{-2, 1\}$. Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a2) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : -x - 1 \leq y \leq -x^2 + 1\}$.

Risposta:

a3) Sia $z = \frac{4}{i+1}$. Determinate la parte reale e la parte immaginaria di z .

Risposta:

a4) Sia $z = 2 - 2i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^6 .

Risposta:

- a5) Scrivete (a vostro piacere) un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ che non abbia massimo e per il quale si ha $\sup A = -2$.
-

Risposta:

-
- a6) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (x-2a)^2 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determinate gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$.

Risposta:

-
- a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 3 + 4 \sin |x|$. Determinate l'immagine di f .
-

Risposta:

-
- a8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$. Determinate la sua funzione inversa $f^{-1}(x)$ e rappresentatela nel piano cartesiano.
-

Risposta:

-
- a9) Risolvete la disequazione $\arcsin(2x-1) < \frac{\pi}{2}$.
-

Risposta:

-
- a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$.
-

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$2\bar{z} + (1+i) - \frac{(1+2\operatorname{Re}z)^2}{2z} = 0$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.

ii) Verificate che $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ è una soluzione dell'equazione in i) (se si è risolto l'equazione in i), questa verifica ovviamente non è necessaria). Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$n! \geq 3^{n-2}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} & \text{se } x < 0 \\ (x-1)^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 2^{-x+2} & \text{se } x > 2 \end{cases} \quad g(x) = 2|x+1|.$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Determinate l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
- iii) Dite se f è iniettiva e/o suriettiva (motivando le risposte).
- iv) Determinate i punti di minimo/di massimo locali di $|f(x)|$ su $[-2, 3]$.
- v) Determinate $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x)$.

b4) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x^k)}{(1-\cos x)^2}.$$

b5) Sia $A = \{x_n = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3(n+1)}\right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$.

- i) Verificate che A è un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} .
- ii) Determinate $\inf A$ e $\sup A$ (motivando le risposte). Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

b6) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzione iniettiva.

- ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete in matematiche in significato della scrittura $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = \{-2, 3\}$ e $B = [-3, 0]$. Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a2) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 - 1 \leq y \leq x + 1\}$.

Risposta:

a3) Sia $z = \frac{3}{i-1}$. Determinate la parte reale e la parte immaginaria di z .

Risposta:

a4) Sia $z = -2 + 2i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^4 .

Risposta:

a5) Scrivete (a vostro piacere) un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ che non abbia minimo e per il quale si ha $\inf A = 1$.

Risposta:

a6) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (x+a)^2 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determinate gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$.

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 2 + 5 \sin |x|$. Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 4x + 2$. Determinate la sua funzione inversa $f^{-1}(x)$ e rappresentatela nel piano cartesiano.

Risposta:

a9) Risolvete la disequazione $-\frac{\pi}{2} < \arcsin(3x+1)$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x)$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$-\bar{z} + (1+i) + \frac{(1+\operatorname{Im} z)^2}{z} = 0$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.

ii) Verificate che $z = 1 - i$ è una soluzione dell'equazione in i) (se si è risolto l'equazione in i), questa verifica ovviamente non è necessaria). Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$n! \geq 4^{n-3}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} & \text{se } x < -2 \\ (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - \sqrt{x} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = -2|x-1|.$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Determinate l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
- iii) Dite se f è iniettiva e/o suriettiva (motivando le risposte).
- iv) Determinate i punti di minimo/di massimo locali di $|f(x)|$ su $[-3, 2]$.
- v) Determinate $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

b4) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{3x^2} - 1}{\sin x^k}.$$

b5) Sia $A = \{x_n = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2(n+1)}\right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$.

- i) Verificate che A è un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} .
- ii) Determinate $\inf A$ e $\sup A$ (motivando le risposte). Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

b6) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzione strettamente crescente.

- ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete in matematiche in significato della scrittura $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = [-1, 3]$ e $B = \{1, 2\}$. Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a2) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x - 1 \leq y \leq -x^2 + 1\}$.

Risposta:

a3) Sia $z = \frac{3}{i+2}$. Determinate la parte reale e la parte immaginaria di z .

Risposta:

a4) Sia $z = 2 + 2i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^6 .

Risposta:

a5) Scrivete (a vostro piacere) un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ che non abbia minimo e per il quale si ha $\inf A = 2$.

Risposta:

a6) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determinate gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$.

Risposta:

a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 5 + 2 \sin |x|$. Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$. Determinate la sua funzione inversa $f^{-1}(x)$ e rappresentatela nel piano cartesiano.

Risposta:

a9) Risolvete la disequazione $\arcsin(3x - 1) < \frac{\pi}{2}$.

Risposta:

a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x})$.

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$2z + (1+i) - \frac{(1+2\operatorname{Re}z)^2}{2\bar{z}} = 0$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.

ii) Verificate che $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ è una soluzione dell'equazione in i) (se si è risolto l'equazione in i), questa verifica ovviamente non è necessaria). Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$n! \geq 5^{n-4}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x < 0 \\ (x-1)^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ -\sqrt[3]{x-3} & \text{se } x > 2 \end{cases} \quad g(x) = 2|x+1|.$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Determinate l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
- iii) Dite se f è iniettiva e/o suriettiva (motivando le risposte).
- iv) Determinate i punti di minimo/di massimo locali di $|f(x)|$ su $[0, 4]$.
- v) Determinate $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

b4) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)^3}{\log(1 + x^k)}.$$

b5) Sia $A = \{x_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4(n+1)}\right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$.

- i) Verificate che A è un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} .
- ii) Determinate $\inf A$ e $\sup A$ (motivando le risposte). Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

b6) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzione strettamente decrescente.

- ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete in matematiche in significato della scrittura $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE

CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E DELLE COMUNICAZIONI

CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E ORGANIZZAZIONE D'IMPRESA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2018-2019 — TRENTO, 6 NOVEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = \{-3, 2\}$ e $B = [-2, 1]$. Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

Risposta:

a2) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 - 1 \leq y \leq -x + 1\}$.

Risposta:

a3) Sia $z = \frac{2}{i-2}$. Determinate la parte reale e la parte immaginaria di z .

Risposta:

a4) Sia $z = -2 - 2i$. Determinate la forma algebrica del numero complesso z^8 .

Risposta:

- a5) Scrivete (a vostro piacere) un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ che non abbia massimo e per il quale si ha $\sup A = -3$.
-

Risposta:

-
- a6) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{se } x < 0 \\ (x + a)^2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

Determinate gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$.

Risposta:

-
- a7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 4 + 3 \sin |x|$. Determinate l'immagine di f .
-

Risposta:

-
- a8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 4x - 2$. Determinate la sua funzione inversa $f^{-1}(x)$ e rappresentatela nel piano cartesiano.
-

Risposta:

-
- a9) Risolvete la disequazione $-\frac{\pi}{2} < \arcsin(2x + 1)$.
-

Risposta:

-
- a10) Calcolate $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$.
-

Risposta:

b1) i) Risolvete in \mathbb{C} la seguente equazione

$$\bar{z} + (1 - i) - \frac{(1 + \operatorname{Im} z)^2}{z} = 0$$

e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss.

ii) Verificate che $z = 1 + i$ è una soluzione dell'equazione in i) (se si è risolto l'equazione in i), questa verifica ovviamente non è necessaria). Determinate le sue radici cubiche e rappresentatele nel piano di Gauss.

b2) Usando il principio di induzione verificate che

$$n! \geq 6^{n-5}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 0$.

b3) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+3} & \text{se } x < -2 \\ (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ 2^{-x} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = -2|x-1|.$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Determinate l'espressione analitica della funzione composta $(f \circ g)(x)$.
- iii) Dite se f è iniettiva e/o suriettiva (motivando le risposte).
- iv) Determinate i punti di minimo/di massimo locali di $|f(x)|$ su $[-4, 1]$.
- v) Determinate $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x)$.

b4) Determinate, al variare di $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x^k}{e^{2x^3} - 1}.$$

b5) Sia $A = \{x_n = \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2(n+1)}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$.

- i) Verificate che A è un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} .
- ii) Determinate $\inf A$ e $\sup A$ (motivando le risposte). Dite se sono minimo e/o massimo, rispettivamente.

b6) i) Scrivete la definizione di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzione suriettiva.

- ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete in matematiche in significato della scrittura $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$.