Università degli Studi di Trento - Dipartimento di Informatica e Scienza dell'Informazione
CdL in Informatica e CdL in Ingegneria Informatica, delle Comunicazioni ed Elettronica

Peanuts 10: asintoti e teoremi sulle funzioni derivabili (11 - 15 novembre 2019)

1. L'ordine di infinitesimo di $\log(1+x)\sin x - 1 + \cos x$ rispetto all'infinitesimo campione x per $x \to 0$ è
   - $\boxed{a}$ non è definito
   - $\boxed{b}$ 1
   - $\boxed{c}$ 2
   - $\boxed{d}$ 3

2. Sia $f(x) = (x + \sin x^2)^2 - x^2$. Allora si ha
   - $\boxed{a}$ $f(x) \sim 3x^3$ per $x \to 0$
   - $\boxed{b}$ $f(x) \sim 2x^3$ per $x \to 0$
   - $\boxed{c}$ $f(x) \sim x^4$ per $x \to 0$
   - $\boxed{d}$ $f(x) \sim 2x^2$ per $x \to 0$

3. Quale delle seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ non ha alcun asintoto obliquo?
   - $\boxed{a}$ $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}$
   - $\boxed{b}$ $f(x) = |x| - \sqrt{|x|}$
   - $\boxed{c}$ $f(x) = -|x| + \frac{1}{x^2+1}$
   - $\boxed{d}$ $f(x) = \frac{3x^3-1}{x^2+1}$

4. Applicando il teorema dei valori intermedi alla funzione $f(x) = 1 + \arcsin(x) + x^2$ sull'intervallo $[-1, 1]$ si deduce che l'equazione $f(x) = k$ ha almeno una soluzione nell'intervallo $[-1, 1]$ per
   - $\boxed{a}$ $k = 0$
   - $\boxed{b}$ $k = -1$
   - $\boxed{c}$ $k = 2$
   - $\boxed{d}$ $k = -3$

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$; allora
   - $\boxed{a}$ la funzione f non è continua in $x = 0$
   - $\boxed{b}$ la funzione f è derivabile in $x = 0$
   - $\boxed{c}$ l'equazione della retta tangente al grafico di f in $(0, 0)$ è $y = 0$
   - $\boxed{d}$ $f'_-(0) = -\infty$ e $f'_+(0) = +\infty$

6. Se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è derivabile in $x = 0$, allora necessariamente
   - $\boxed{a}$ $|f|$ è derivabile in $x = 0$
   - $\boxed{b}$ $|f|$ è continua in $x = 0$
   - $\boxed{c}$ $|f|$ non è derivabile in $x = 0$
   - $\boxed{d}$ $f'(0) = 0$

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \log^2(1 + |x|)$. Allora f è
   - $\boxed{a}$ iniettiva
   - $\boxed{b}$ dispari
   - $\boxed{c}$ monotona
   - $\boxed{d}$ derivabile in $x = 0$

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$; allora

   $\boxed{a}$ la funzione f risulta derivabile in $x = -2$

   $\boxed{b}$ la retta verticale di equazione $x = -2$ è tangente al grafico di f

   $\boxed{c}$ la funzione f sull'intervallo $[-3, -1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange

   $\boxed{d}$ la funzione f sull'intervallo $[-3, -1]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle

9. Sia $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 3 - x & \text{se } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$ Allora

   $\boxed{a}$ per $a = 1$ la funzione f sull'intervallo $[0, 2]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle

   $\boxed{b}$ per $a = 1$ esiste $x_0 \in]0, 2[$ tale che $f'(x_0) = 0$

   $\boxed{c}$ per $a = 1$ la funzione f sull'intervallo $[0, 2]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass

   $\boxed{d}$ esiste $a \in \mathbb{R}$ tale che f sull'intervallo $[0, 2]$ soddisfa le ipotesi del teorema degli zeri

10. Quale delle seguenti funzioni sull'intervallo $[1, 3]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle?

    $\boxed{a}$ $f(x) = (x-2)^2 - 2$

    $\boxed{b}$ $f(x) = x - 1$

    $\boxed{c}$ $f(x) = |x - 2|$

    $\boxed{d}$ $f(x) = 2 - |x|$

11. Applicando il teorema di Lagrange alla funzione $f(x) = \frac{4}{x}$ sull'intervallo $[2, 4]$ otteniamo che esiste $x_0 \in [2, 4]$ tale che

    $\boxed{a}$ $f'(x_0) = -2$

    $\boxed{b}$ $f'(x_0) = -\frac{1}{2}$

    $\boxed{c}$ $f'(x_0) = \frac{1}{2}$

    $\boxed{d}$ $f'(x_0) = 2$

12. Quale delle seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ha il grafico tangente alla retta di equazione $y = 2$?

    $\boxed{a}$ $f(x) = x^3 - 3x$

    $\boxed{b}$ $f(x) = x^2 - 2$

    $\boxed{c}$ $f(x) = -(x-2)^2 + 1$

    $\boxed{d}$ $f(x) = e^x - x + 2$

13. Quale delle seguenti rette è tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$?

    $\boxed{a}$ $y = 4x + 7$

    $\boxed{b}$ $y = 4x - 1$

    $\boxed{c}$ $y = 4x - 2$

    $\boxed{d}$ $y = 4x + 1$