

Peanuts 5: primi passi con le funzioni (14 - 18 ottobre 2019)

1. Sia $x \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?

- ☐ a $\sqrt{x^2} = x$
- ☐ b $\sqrt{x^2} = |x|$
- ☐ c $\sqrt{x^2} = \pm x$
- ☐ d Nessuna delle uguaglianze proposte

2. Siano f, g, h e k le funzioni date, ciascuna sul proprio insieme di definizione, da

$$f(x) = |x|\sqrt{x^2 - 1}, \quad g(x) = (x + 1)e^{\frac{x}{x^2 - 1}}, \quad h(x) = \log\left|\frac{1+x}{1-x}\right|, \quad k(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- ☐ a f e g hanno lo stesso dominio
- ☐ b g e h hanno lo stesso dominio
- ☐ c f e h hanno lo stesso dominio
- ☐ d f e k hanno lo stesso dominio

3. Quale delle seguenti espressioni definisce una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$?

- ☐ a $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$
- ☐ b $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } |x| > 1 \\ 0 & \text{se } -1 < x < 1 \end{cases}$
- ☐ c $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$
- ☐ d $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ 1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$

4. Siano f, g, h e k le funzioni date, ciascuna sul proprio insieme di definizione, da

$$f(x) = |x|\sqrt{x^2 - 1}, \quad g(x) = (x + 1)e^{\frac{x}{x^2 - 1}}, \quad h(x) = \log\left|\frac{1+x}{1-x}\right|, \quad k(x) = 2 + \sin x.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- ☐ a 0 non è un elemento dell'immagine di f
- ☐ b 0 non è un elemento dell'immagine di g
- ☐ c 0 non è un elemento dell'immagine di h
- ☐ d 0 è un elemento dell'immagine di k

5. Sia $f(x) = x^2(\log x - 1)$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- ☐ a $f(]0, 1]) \subset [0, +\infty[$
- ☐ b $f([e, +\infty[) \subset]0, +\infty[$
- ☐ c $f([1, e]) \subset [0, +\infty[$
- ☐ d $f(]0, 1]) \subset]-\infty, 0]$

6. Sia $f :]-3, 0[\cup [1, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } -3 < x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 < x < 0 \\ -x+1 & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐ a L'equazione $f(x) = -\frac{1}{2}$ ha un'unica soluzione
- ☐ b L'immagine di f è l'intervallo $] -1, 1]$
- ☐ c $f|_{]-3, -1]}$ è crescente
- ☐ d $f([-1, 0[) =] -1, 0[\cup \{1\}$

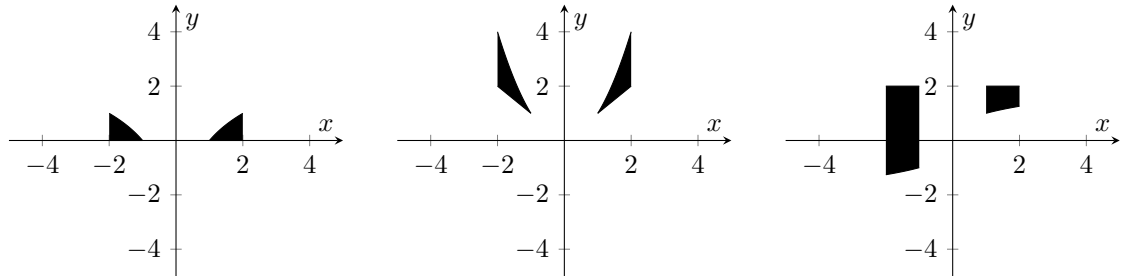
7. Sono dati gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, |x| \leq y \leq x^2\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, 0 \leq y \leq \log_2 |x|\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, \sqrt[3]{x} \leq y \leq 2\}.$$

Le figure



rappresentano nel piano cartesiano rispettivamente

- ☐ a A, B, C
- ☐ b B, C, A
- ☐ c B, A, C
- ☐ d C, A, B

8. Quale delle seguenti funzioni è crescente su \mathbb{R} ?

- ☐ a $f(x) = x|x|$
- ☐ b $g(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$
- ☐ c $h(x) = |x - 1|$
- ☐ d $k(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x < 0 \\ x - 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

9. Quale delle seguenti funzioni, definite su \mathbb{R} , è pari?

- ☐ a $f(x) = x^2 - x^4 - x^3$
- ☐ b $g(x) = (x+1)^2(x-1)^2$
- ☐ c $h(x) = x^2 \sin(\pi x)$
- ☐ d $k(x) = x \cos(2x)$

10. Quale delle seguenti funzioni, definite su \mathbb{R} , è dispari?

- ☐ a $f(x) = (x+1)^3$
- ☐ b $g(x) = ([x])^2$
- ☐ c $h(x) = \log(|x| + 1)$
- ☐ d $k(x) = \sin(\pi x) \cos(2x)$

11. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐ *a* La funzione somma di una qualunque funzione pari e una qualunque funzione dispari è dispari
- ☐ *b* La funzione prodotto di una qualunque funzione pari e una qualunque funzione dispari è dispari
- ☐ *c* La funzione somma di due qualsiasi funzioni dispari è dispari
- ☐ *d* La funzione prodotto di due qualsiasi funzioni dispari è pari

12. Quale delle seguenti funzioni non è periodica?

- ☐ *a* $f(x) = 1 + \sin^2 x$
- ☐ *b* $g(x) = 1 + \sin x^2$
- ☐ *c* $h(x) = 2x - [2x]$
- ☐ *d* $k(x) = x - [x] + \sin(2\pi x)$

13. Quale delle seguenti espressioni è uguale a 0?

- ☐ *a* $\inf_{]0,2[} (-\sqrt{x} + 2)$
- ☐ *b* $\sup_{[\frac{1}{2},1]} (\log_{\frac{1}{3}} x)$
- ☐ *c* $\sup_{]-1,\frac{1}{2}]} (x^2 - 1)$
- ☐ *d* $\inf_{[0,3]} (\cos(\pi x))$

14. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{e}} x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- ☐ *a* $\inf_{\mathbb{R}} f = -\infty$
- ☐ *b* $\min_{[-1,1]} f = -2$
- ☐ *c* $\sup_{[0,+\infty[} f = +\infty$
- ☐ *d* f è limitata superiormente