

Peanuts 5: primi passi con le funzioni (14 - 18 ottobre 2019)

1. Sia $x \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\sqrt{x^2} = x$
- b $\sqrt{x^2} = |x|$
- c $\sqrt{x^2} = \pm x$
- d Nessuna delle uguaglianze proposte

2. Siano f, g, h e k le funzioni date, ciascuna sul proprio insieme di definizione, da

$$f(x) = |x|\sqrt{x^2 - 1}, \quad g(x) = (x+1)e^{\frac{x}{x^2-1}}, \quad h(x) = \log\left|\frac{1+x}{1-x}\right|, \quad k(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a f e g hanno lo stesso dominio
- b g e h hanno lo stesso dominio
- c f e h hanno lo stesso dominio
- d f e k hanno lo stesso dominio

3. Quale delle seguenti espressioni definisce una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$?

- a $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$
- b $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } |x| > 1 \\ 0 & \text{se } -1 < x < 1 \end{cases}$
- c $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$
- d $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ 1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$

4. Siano f, g, h e k le funzioni date, ciascuna sul proprio insieme di definizione, da

$$f(x) = |x|\sqrt{x^2 - 1}, \quad g(x) = (x+1)e^{\frac{x}{x^2-1}}, \quad h(x) = \log\left|\frac{1+x}{1-x}\right|, \quad k(x) = 2 + \sin x.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a 0 non è un elemento dell'immagine di f
- b 0 non è un elemento dell'immagine di g
- c 0 non è un elemento dell'immagine di h
- d 0 è un elemento dell'immagine di k

5. Sia $f(x) = x^2(\log x - 1)$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a $f(]0, 1]) \subset [0, +\infty[$
- b $f([e, +\infty[) \subset]0, +\infty[$
- c $f([1, e]) \subset [0, +\infty[$
- d $f(]0, 1]) \subset]-\infty, 0]$

6. Sia $f :]-3, 0[\cup [1, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } -3 < x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 < x < 0 \\ -x + 1 & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

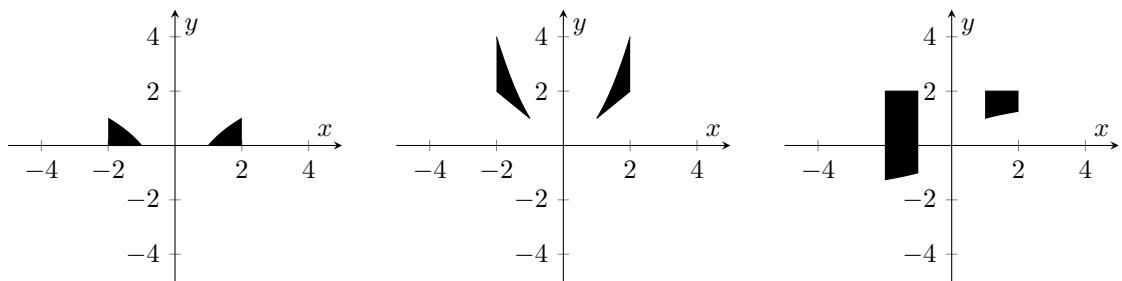
Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a L'equazione $f(x) = -\frac{1}{2}$ ha un'unica soluzione
- b L'immagine di f è l'intervallo $]-1, 1[$
- c $f|_{]-3, -1[}$ è crescente
- d $f([-1, 0[) =]-1, 0[\cup \{1\}$

7. Sono dati gli insiemi

$$\begin{aligned} A &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, |x| \leq y \leq x^2\}, \\ B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, 0 \leq y \leq \log_2 |x|\}, \\ C &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| \leq 2, \sqrt[3]{x} \leq y \leq 2\}. \end{aligned}$$

Le figure



rappresentano nel piano cartesiano rispettivamente

- a A, B, C
- b B, C, A
- c B, A, C
- d C, A, B

8. Quale delle seguenti funzioni è crescente su \mathbb{R} ?

- a $f(x) = x|x|$
- b $g(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$
- c $h(x) = |x - 1|$
- d $k(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x < 0 \\ x - 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

9. Quale delle seguenti funzioni, definite su \mathbb{R} , è pari?

- a $f(x) = x^2 - x^4 - x^3$
- b $g(x) = (x + 1)^2(x - 1)^2$
- c $h(x) = x^2 \sin(\pi x)$
- d $k(x) = x \cos(2x)$

10. Quale delle seguenti funzioni, definite su \mathbb{R} , è dispari?

- a $f(x) = (x + 1)^3$
- b $g(x) = ([x])^2$
- c $h(x) = \log(|x| + 1)$
- d $k(x) = \sin(\pi x) \cos(2x)$

11. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a La funzione somma di una qualunque funzione pari e una qualunque funzione dispari è dispari
- b La funzione prodotto di una qualunque funzione pari e una qualunque funzione dispari è dispari
- c La funzione somma di due qualsiasi funzioni dispari è dispari
- d La funzione prodotto di due qualsiasi funzioni dispari è pari

12. Quale delle seguenti funzioni non è periodica?

- a $f(x) = 1 + \sin^2 x$
- b $g(x) = 1 + \sin x^2$
- c $h(x) = 2x - [2x]$
- d $k(x) = x - [x] + \sin(2\pi x)$

13. Quale delle seguenti espressioni è uguale a 0?

- a $\inf_{[0,2]}(-\sqrt{x} + 2)$
- b $\sup_{[\frac{1}{2},1]}(\log_{\frac{1}{3}} x)$
- c $\sup_{]-1,\frac{1}{2}]}(x^2 - 1)$
- d $\inf_{[0,3]}(\cos(\pi x))$

14. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{e}} x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a $\inf_{\mathbb{R}} f = -\infty$
- b $\min_{[-1,1]} f = -2$
- c $\sup_{[0,+\infty[} f = +\infty$
- d f è limitata superiormente