Università degli Studi di Trento - Dipartimento di Informatica e Scienza dell'Informazione
CdL in Informatica e CdL in Ingegneria Informatica, delle Comunicazioni ed Elettronica

**Peanuts 7: alla ricerca dell'inversa e non solo** (14 - 18 ottobre 2019)

1. Quale delle seguenti funzioni non ha un punto di massimo in $x = 0$?

   $\boxed{a}$ $f(x) = 1 - \sqrt{|x|}$ su $\mathbb{R}$

   $\boxed{b}$ $g(x) = \arccos(x-1)$ su $[0, 2]$

   $\boxed{c}$ $h(x) = 1 - |x^2 - 1|$ su $\mathbb{R}$

   $\boxed{d}$ $k(x) = -\frac{1}{2}\cos(x - \pi)$ su $\mathbb{R}$

2. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

   $\boxed{a}$ $f(x) = |\arccos x|$ è monotona su $[-1, 1]$

   $\boxed{b}$ $f(x) = |\arcsin x|$ è dispari su $[-1, 1]$

   $\boxed{c}$ L'immagine di $f(x) = \arctan(x + 1)$ su $\mathbb{R}$ è $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

   $\boxed{d}$ $f(x) = |\arctan x| + 1$ è pari su $\mathbb{R}$

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{se } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

   Quale delle seguenti espressioni definisce la sua funzione inversa $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

   $\boxed{a}$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{3x+1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$

   $\boxed{b}$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{se } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

   $\boxed{c}$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{se } x \leq 1 \\ -\sqrt{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

   $\boxed{d}$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} -3x-1 & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2-1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

4. Sia $f : [-3, 3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \min\{|x+1|, |x-3|\}$ per $x \in [-3, 3]$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

   $\boxed{a}$ La funzione $f$ ha due punti di massimo

   $\boxed{b}$ La funzione $f$ ha due punti di minimo

   $\boxed{c}$ La funzione $f(x) - 1$ è dispari

   $\boxed{d}$ La funzione $f$ è invertibile

5. Sia $f : [-1, +\infty[ \to [1, +\infty[$ definita da $f(x) = x^2 + 2x + 2$. Sia $f^{-1}$ la sua funzione inversa. Quale delle seguenti espressioni definisce $f^{-1}$?

   $\boxed{a}$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$

   $\boxed{b}$ $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{x-1}$

   $\boxed{c}$ $f^{-1}(x) = -1 - \sqrt{x-1}$

   $\boxed{d}$ $f^{-1}(x) = -1 \pm \sqrt{x-1}$

6. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = [x^2]$, dove $[x^2]$ indica la parte intera di $x^2$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

   $\boxed{a}$ $f$ è costante su $[\sqrt{2}, \sqrt{3}[$

   $\boxed{b}$ $f$ è crescente su $[0, +\infty[$

   $\boxed{c}$ $f$ è iniettiva

   $\boxed{d}$ $\max\limits_{[-2,1]} f = 4$

7. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?
   - $\boxed{a}$ $\arcsin(\sin\frac{5\pi}{4}) = -\frac{\pi}{4}$
   - $\boxed{b}$ $\arcsin(\sin\frac{5\pi}{4}) = \frac{5\pi}{4}$
   - $\boxed{c}$ $\arcsin(\sin\frac{5\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$
   - $\boxed{d}$ Nessuna delle uguaglianze proposte è vera

8. L'insieme delle soluzioni della disequazione $\arccos(2x-1) < \frac{\pi}{2}$ è
   - $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} < x \leq 1$
   - $\boxed{b}$ $x < \frac{1}{2}$
   - $\boxed{c}$ $x > \frac{1}{2}$
   - $\boxed{d}$ $0 \leq x < \frac{1}{2}$

9. L'insieme delle soluzioni della disequazione $0 < \arctan(1-x^2) < \frac{\pi}{2}$ è
   - $\boxed{a}$ $x > 0$
   - $\boxed{b}$ $-1 < x < 1$
   - $\boxed{c}$ $x > 1$
   - $\boxed{d}$ $0 < x < 1$

10. L'insieme delle soluzioni della disequazione $\arcsin|x| > \arcsin|x-1|$ è
    - $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} < x \leq 1$
    - $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} < x \leq 2$
    - $\boxed{c}$ $x > \frac{1}{2}$
    - $\boxed{d}$ $0 \leq x < \frac{1}{2}$

11. Siano $f(x) = \arcsin x$ per $x \in [-1,1]$ e $g(x) = \frac{2}{\pi}\arctan x$ per $x \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
    - $\boxed{a}$ $g \circ f$ è crescente su $[-1,1]$
    - $\boxed{b}$ $f \circ g$ è crescente su $\mathbb{R}$
    - $\boxed{c}$ $f \circ g$ è limitata su $\mathbb{R}$
    - $\boxed{d}$ $g \circ f$ non ha massimo su $[-1,1]$

12. Sia $f : [-1,+\infty[ \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{se } x \in [-1,1] \\ 1 - |x-2| & \text{se } x \in ]1,3] \\ -\arctan(x-3) & \text{se } x > 3. \end{cases}$

    Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
    - $\boxed{a}$ $f$ è limitata su $[-1,+\infty[$
    - $\boxed{b}$ $x = 1$ è un punto di minimo locale per $f$
    - $\boxed{c}$ $x = -1$ e $x = 2$ sono punti di massimo locale per $f$
    - $\boxed{d}$ $\displaystyle\min_{[-1,+\infty[} f = -\frac{\pi}{2}$

13. Sia $A = \{(-1)^n \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
    - $\boxed{a}$ L'unico punto di accumulazione per $A$ è $x = 0$
    - $\boxed{b}$ $A$ è costituito solo da punti isolati
    - $\boxed{c}$ $A$ contiene i suoi punti di accumulazione
    - $\boxed{d}$ $A$ ammette massimo e minimo