

Risolvere le seg. disequazioni:

iv) $2e^{2x} - 5e^x + 2 < 0$: Poniamo $t = e^x$ e analizziamo innanzitutto la

diseq. $2t^2 - 5t + 2 < 0$. Oss. che $2t^2 - 5t + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow t_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{1}{2}, 2. \text{ Ora}$$

$$2t^2 - 5t + 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < t < 2. \text{ Ricordando che}$$

$t = e^x$ e il fatto che $\log x$ è crescente (e^x è crescente) mi ha

$$\frac{1}{2} < e^x < 2 \Leftrightarrow \log \frac{1}{2} < x < \log 2.$$

Quindi l'unione delle soluzioni è dato da $S =]-\log 2, \log 2[$.

(ricordare che $\log \frac{1}{2} = \log 1 - \log 2 = -\log 2$) $\square$

v) $2 \cdot 9^{-x} - 5 \cdot 3^{-x} + 2 < 0$: Poniamo $t = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ e risolviamo innanzitutto

la diseq. $2t^2 - 5t + 2 < 0$. Risulta (vedi es. prec.)

$$\frac{1}{2} < t < 2. \text{ Ricordando che } t = \left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ e il fatto che}$$

$\log_{1/3} x$ è decrescente ($\left(\frac{1}{3}\right)^x$ è decrescente) mi ha

$$\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 2 \Leftrightarrow \log_{1/3} \frac{1}{2} > x > \log_{1/3} 2.$$

Quindi l'unione delle soluzioni è dato da $S =]\log_{1/3} 2, -\log_{1/3} 2[$.

vi) $3^{2x-1} < 3^{4x^2-x-1}$: Essendo 3^x crescente, la disug. data è $\square$

equivalente a $2x-1 < 4x^2-x-1$, ossia

$$4x^2 - 3x > 0. \text{ Risulta quindi } S =]-\infty, 0[\cup]\frac{3}{4}, +\infty[.$$

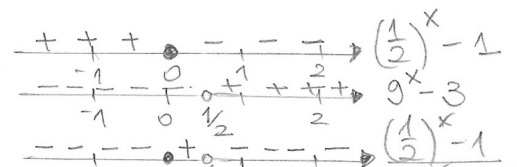
vii) $\frac{1-2^{-x}}{9^x-3} \geq 0$: Questa diseq. è equivalente alla diseq. $\square$

$$\frac{2^{-x}-1}{9^x-3} \leq 0, \text{ ossia } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x-1}{9^x-3} \leq 0.$$

Ricordando che $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ è decrescente e $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x=0$,

9^x è crescente e $9^x = 3 \Leftrightarrow 3^{2x} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$,

possiamo scrivere



e mi ha $S =]-\infty, 0[\cup]\frac{1}{2}, +\infty[$ $\blacksquare$