Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica e CdL in Ingegneria Informatica, delle Comunicazioni ed Elettronica

a.a. 2019-20 - Esercizi Paradigma 11 - presi principalmente da PIAZZA 17-18 Es13

"...Serie a gogò..."

11.1) ... *da fare ad occhi chiusi* ... Determinate il carattere delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n^3+1}}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+3}\,; \qquad \text{iii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-\sin n}{n(n+1)}\,; \qquad \text{iv)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\arctan n}{2^n+3}\,;$$

$$\text{v)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^\alpha(n+1)}}\,; \qquad \text{vi)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan\frac{1}{n}}{n^{2\alpha}+1}\,; \qquad \text{vii)} \sum_{n=0}^{\infty} (2\alpha+3\alpha^2)^n \quad \text{al variare di } \alpha \in \mathbf{R}\,.$$

11.2) Determinate il carattere delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n^4}{n^2+n}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sin\frac{1}{\sqrt{n}}}{\log n}\,; \qquad \text{iii)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(\frac{n+3}{n+1})}{n}\,; \qquad \text{iv)} \sum_{n=1}^{+\infty} [\log(1+\frac{3}{n})-\frac{\alpha}{n}]\sqrt{n} \quad \text{al variare di } \alpha \in \mathbf{R}\,.$$

11.3) Determinate il carattere delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+2^n}{n!}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2^{n|\alpha|-n}}{n\log^2 n} \quad \text{al variare di } \alpha \in \mathbf{R}\,.$$

11.4) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, il carattere di a_n e di $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per

$$\text{i)} \ a_n = \frac{2^{n\alpha}}{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}\,; \qquad \text{ii)} \ a_n = \frac{(n+2)^\alpha}{n^2+2n}\,.$$

11.5) a) Determinate, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(e^{\alpha^2-1})^n}{n^3 e^n}$.

b) Determinate, al variare di $\alpha > -2$, il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} |\log(2+\alpha)|^n$.

11.6) Discutete la convergenza delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n(1+\log^{\frac{5}{4}} n)}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^{\alpha^2+\frac{1}{2}}(\log n)^{\alpha+\frac{3}{4}}}\,.$$

11.7) Studiate la convergenza assoluta e la convergenza (semplice) delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n\sqrt{\log n}}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{\arctan\frac{1}{\sqrt{n}}}{n\sqrt{\log n}}\,.$$

11.8) Studiate la convergenza assoluta e la convergenza (semplice) delle seguenti serie:

$$\text{i)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2+n\pi)}{n+3}\,; \qquad \text{ii)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2+n\pi)}{n^2+1}\,.$$

11.9) Determinate, al variare di $x \in \mathbf{R}$, la convergenza assoluta e la convergenza (semplice) della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{4^n(\arctan x)^n}{(n+\sin n)\pi^n}\,.$$

11.10) Determinate il raggio di convergenza e l'insieme di convergenza delle seguenti serie di potenze:

i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n\sqrt{n}+1)2^n}$; ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1-\frac{1}{n})^{2n^2}}{n^2} x^n$; iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{n+\sqrt[3]{n}}$.

11.11) Determinate l'insieme di convergenza delle seguenti serie (serie di potenze e serie riconducibili a serie di potenze):

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$; ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n}-1)^n x^n$; iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-2} \frac{(2x)^n}{n}$; iv) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n!}{(4n+1)!} x^n$;

v) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^n$; vi) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3n^2+4}(x-3)^n$; vii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}(2-\log x)^n$;

viii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{3^n+1} x^n$; ix) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}\Big(\frac{x+1}{x-1}\Big)^n$; x) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+n}{4^n+1}\Big(\frac{x+2}{x^2-2x+3}\Big)^n$.

11.12) Determinate l'insieme di convergenza delle seguenti serie (riconducibili a serie di potenze):

i) $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2x-1)^n}{n(\log n^2)}$; ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt[n]{2}-1)^n (\log x)^n$; iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (e^n+\pi^n) x^{2n}$.